

Grandeurs et mesures à l'école primaire : le cycle 2

Avertissement

- « Grandeurs et mesures » sont des notions utilisées par les enseignants, qui doivent être parfaitement maîtrisées afin de pouvoir enseigner avec efficacité, mais ce ne sont en aucun cas des termes à utiliser avec les élèves.

Sommaire

- 1 – Grandeurs, unités, mesures
- 2 – Les grandeurs à l'école primaire : quoi? à quel niveau?
- 3 – Les grandeurs et mesures dans le socle
- 4 – Ce que disent les évaluations
- 5 – Quelle démarche pour enseigner les grandeurs et mesures ?
- 6 – Les grandeurs dans les problèmes

1. Grandeurs et mesures

Qu'est-ce qu'une grandeur?

- Concept difficile à définir
- Une grandeur est une caractéristique physique, chimique ou biologique qui est mesurée ou repérée.
- Des exemples : longueur, aire, volume, capacité, masse, durée, vitesse, accélération, angle, température, intensité d'un courant, date, altitude...etc...

Deux types de grandeurs

- **Grandeurs repérables :**

grandeurs pour lesquelles on peut constater l'égalité et qu'on peut ordonner

Exemples : la température, la date, l'altitude...

- **Grandeurs mesurables :**

grandeurs qui ont les propriétés précédentes et qu'en plus on peut additionner et multiplier par un nombre

Exemples : la longueur, la masse, l'aire, le volume, la durée

Autre catégorisation des grandeurs

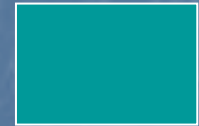
- Grandeurs de base : longueur, masse, durée, intensité du courant, luminosité de la lumière, température, quantité de matière
- Grandeurs dérivées : aire, volume, angle, vitesse, pression...mettent en jeu au moins deux grandeurs de base

Quelles grandeurs pour quels objets?

- Lignes
- Surfaces
- Solides
- Secteurs angulaires
- Événement qui s'étale dans le temps
- Objets divers
- Longueur
- Aire
- Volume – capacité
- Angle
- Durée
- Masse

La perception des grandeurs

- Comparaison directe de grandeurs ; perceptive elle nécessite des manipulations, des découpages, l'utilisation d'une balance Roberval, des décompositions/recompositions,



....est plus long, plus haut , plus lourd, plus jeune que...a une plus petite taille que...a une plus petite étendue que..., dure moins longtemps...

.....a la même taille que, dure aussi longtemps...



La confusion des mots....

- Deux mots pour dire tout et...n'importe quoi, « grand » et « petit »:
 - un appartement plus petit, c'est une affaire d'aire...
 - une valise plus grande, c'est une histoire de volume...
 - un vase plus grand souvent pour parler d'un vase plus haut...ou plus profond!!!ou un petit chemin dans la forêt lorsqu'il est étroit
 - que dire d'une petite fille, d'une petite vieille!!!

Plusieurs mots pour désigner une même grandeur

- Largeur, épaisseur, profondeur, hauteur, longueur, périmètre, rayon, diamètre, distance...tous ces mots désignent une seule grandeur, une longueur....
- Aire, superficie

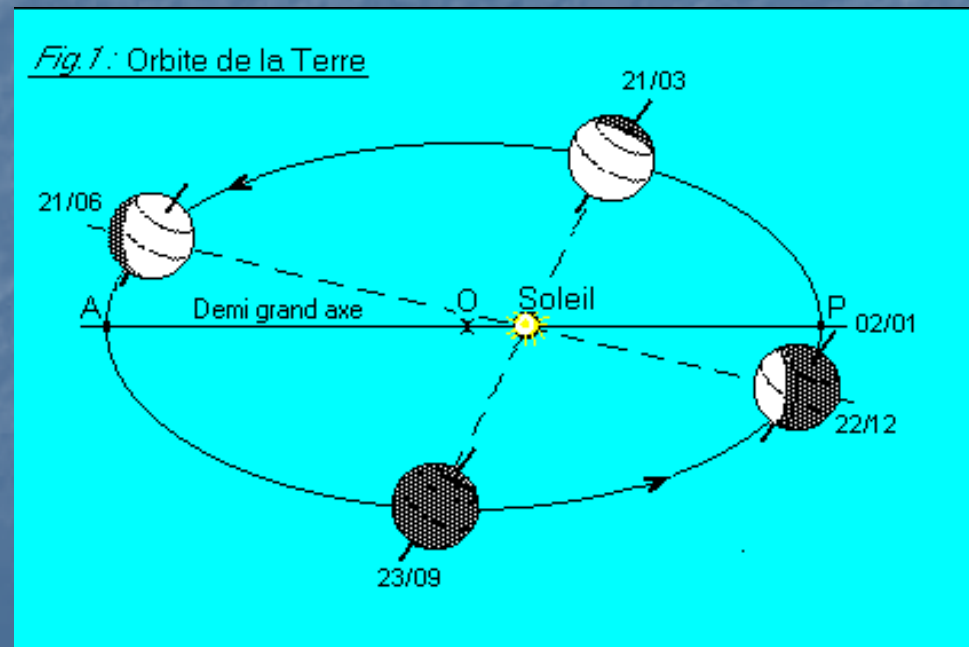
Une grandeur de référence : l'unité

- **Des unités « personnelles »**: la longueur d'un morceau de ficelle, d'une bande de papier, le carreau du cahier (longueur ou aire?)....le temps du sablier, la masse d'un objet de référence
- **La nécessité d'unifier les unités** : le système métrique, le système sexagésimal, le système international...Quelle histoire!

Les unités SI – a. durée

Les unités de durée sont apparues naturellement, de façon homogène quelles que soient les civilisations, en fonction des observations, des progrès de la sciences et tout particulièrement de la précision des outils de mesure.

On part du jour, unité la plus naturelle, mais scientifiquement très difficile à définir rigoureusement, viennent ensuite des multiples (semaines, mois, années, etc.) ou des subdivisions (heures, minutes, secondes, etc.).



Les unités SI – a. durée

La seconde est aujourd'hui l'unité de mesure du système international.

Initialement définie comme 1/60 de minute, ou 1/3600 d'heure, soit 1/86400 de jour.

Elle est définie depuis 1967 par : La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins $F=3$ et $F=4$ de l'état fondamental $6S\frac{1}{2}$ de l'atome de césium 133.

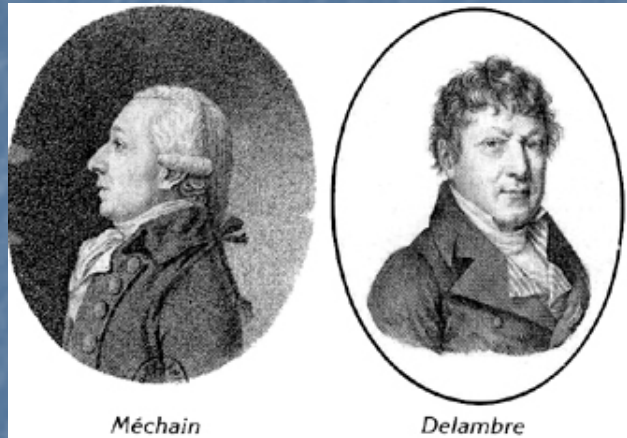
Les unités SI – b. longueur

Le mètre

Quand ?

Avant le mètre.

Première définition officielle (26 mars 1791)
par l'Académie des sciences : la dix-
millionième partie d'un quart de méridien
terrestre.



Les unités SI – b. longueur

Les étalons (platine, marbre).

Définition aujourd'hui (1983) :
Distance parcourue par la
lumière dans le vide en
 $1/299\,792\,458$ seconde.



36, rue de Vaugirard,
Paris, VIe

Les unités SI – c. masse

Le kilogramme

Avant.

Le gramme était initialement défini comme la masse d'un centimètre cube d'eau à la température de 4 °C, qui correspond à un maximum de masse volumique.

Le 22 juin 1799, un étalon en platine d'un kilogramme, soit la masse d'un décimètre cube d'eau, fut déposé aux Archives de France.

Le *kilogramme des Archives* fut remplacé par le prototype international du kilogramme en 1889, un cylindre en platine iridié (90 % platine et 10 % iridium) de 39,17 mm de diamètre et 39,17 mm de haut, ce prototype actuellement au pavillon de Breteuil, ce prototype sert aujourd'hui de définition officielle internationale pour le kilogramme, cette unité de mesure est la dernière du SI à être définie au moyen d'un étalon matériel fabriqué par l'homme.



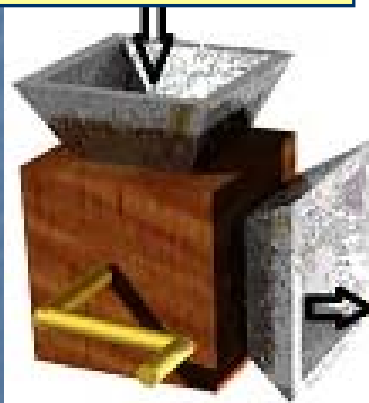
Qu'est-ce qu'une mesure ?

- **L'approche des sciences physiques :**
confond l'action de mesurer (mesurage) et le résultat de cette action (détermination de nombres)
- **L'approche des mathématiques**

En mathématiques : Qu'est ce qu'une mesure ?

- Une mesure est une fonction.
- À tout élément d'une famille, elle associe la mesure d'une grandeur donnée, dans une unité donnée.

**Ce que
l'on veut
mesurer**



Mesure

Exemples :

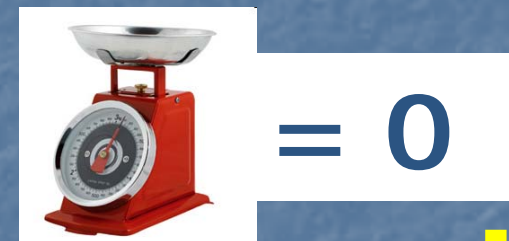
- Pour l'ensemble des objets physiques on peut définir une fonction qui à un objet donné associe sa masse, dans une unité donnée.
- Pour l'ensemble des segments du plan on peut définir une fonction qui à un segment donné associe sa longueur, dans une unité donnée.

Pas n'importe quelle fonction !

Une fonction doit vérifier trois choses pour être une mesure :

- la mesure de tout élément est un nombre réel positif [$\forall A, m(A) \geq 0$] ;
- la mesure de rien (ensemble vide) est nulle [$m(\emptyset) = 0$] ;
- la mesure de la réunion de deux choses distinctes doit être égale à la somme des mesures de chacune de ces deux choses

[Si $A \cap B = \emptyset$, alors $m(A \cup B) = m(A) + m(B)$].



Une mesure ou des mesures?

Pour une grandeur donnée on peut définir plusieurs mesures, en lien avec le choix de l'unité.

Exemple :

- Chaque unité de longueur :
 - longueur d'une bandelette de papier ;
 - coudée royale (Égypte) ;
 - pied (unité impériale britannique) ;
 - centimètre ;
 - mètre (unité SI) ;
 - etc.

permet de définir une mesure...

Des liens entre les mesures

Pour une grandeur donnée on peut définir plusieurs mesures, en lien avec l'unité choisie.

Remarques :

- la troisième règle de définition d'une mesure implique bien que l'ordre reste le même : l'objet le plus long, le plus lourd a la plus grande mesure quelle que soit l'unité choisie ;
- le lien entre les différentes mesures sera toujours, pour ce qui concerne les élèves, un lien de proportionnalité et pourra donner lieu à de fructueux exercices de travail sur ce champ.

Mesurable ou pas ?

Maintenant que nous savons ce qu'est une mesure, nous pouvons comprendre que certaines grandeurs ne sont pas mesurables.

Exemple : la température

- En degré Celsius, c'est évident puisqu'elle peut être négative ;
- En Kelvin c'est plus subtil ($K = ^\circ C + 273,15$), et $-273,15^\circ C$ est le zéro absolu, la température en Kelvin est donc toujours positive, mais que se passet-t-il lorsque je cherche la température d'un steak à $32^\circ C$ ($305,15K$) réuni avec des frites à $58^\circ C$ ($331,15K$) ????
- On ne « mesure » donc pas la température, on la « relève ».
- Le thermomètre porte mal son nom...

L'heure, une unité de mesure ?

Réponse : Cela dépend...

OUI, si on utilise un chronoMÈTRE, on mesure une durée.

NON, si on utilise une montre pour lire, relever (comme la température) l'heure. Comme pour la date (grandeur repérée), l'année peut être négative.

Mesures, relevés : des nombres

- Ce sont des nombres, un ou plusieurs nombres entiers, un nombre décimal, un nombre réel...d'où un lien très étroit entre la construction des nombres et le travail sur les grandeurs...
- Une phrase, un exemple : « Zoé mesure un mètre dix »
On écrit 1m 10cm ou encore 1,10m, lorsque les nombres décimaux ont été construits.
On n'écrit pas 1m,10....
Remarque sur le zéro....un zéro pas si inutile que cela..

2. Grandeurs et mesures à l'école primaire

Les grandeurs à l'école maternelle

« Découvrir les formes et les grandeurs

En manipulant des objets variés, les enfants repèrent d'abord des propriétés simples (petit/grand ; lourd/léger). Progressivement, ils parviennent à distinguer plusieurs critères, à comparer et à classer selon la forme, la taille, la masse, la contenance. »

*« Dès la petite section, les enfants utilisent des calendriers, des horloges, des sabliers pour se repérer dans la chronologie et mesurer des durées.... **Toutes ces acquisitions donnent lieu à l'apprentissage d'un vocabulaire précis** dont l'usage réitéré, en particulier dans les rituels, doit permettre la fixation. »*

Les grandeurs à l'école élémentaire (cycle 2)

■ Au CP

- *Repérer des événements de la journée en utilisant les heures et les demi-heures.*
- *Comparer et classer des objets selon leur longueur et leur masse.*
- *Utiliser la règle graduée pour tracer des segments, comparer des longueurs.*
- *Connaître et utiliser l'euro.*
- *Résoudre des problèmes de vie courante.*

■ En CE1

- *Utiliser un calendrier pour comparer des durées.*
- *Connaître la relation entre heure et minute, mètre et centimètre, kilomètre et mètre, kilogramme et gramme, euro et centime d'euro.*
- *Mesurer des segments, des distances.*
- *Résoudre des problèmes de longueur et de masse.*

Les grandeurs à l'école élémentaire (cycle 3, CE2)

- Connaître les unités de mesure suivantes et les relations qui les lient :

. Longueur : le mètre, le kilomètre, le centimètre, le millimètre ;

. Masse : le kilogramme, le gramme ;

. Capacité : le litre, le centilitre ;

. Monnaie : l'euro et le centime ;

. Temps : l'heure, la minute, la seconde, le mois, l'année.

- Utiliser des instruments pour mesurer des longueurs, des masses, des capacités, puis exprimer cette mesure par un nombre entier ou un encadrement par deux nombres entiers.

- Vérifier qu'un angle est droit en utilisant l'équerre ou un gabarit.

- Calculer le périmètre d'un polygone.

- Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge.

Problèmes

- Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs ci-dessus.

Les grandeurs à l'école élémentaire (cycle 3, CM1)

- *Connaître et utiliser les unités usuelles de mesure des durées, ainsi que les unités du système métrique pour les longueurs, les masses et les contenances, et leurs relations.*
- *Reporter des longueurs à l'aide du compas.*
- *Formules du périmètre du carré et du rectangle.*

Aires

- *Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé.*
- *Classer et ranger des surfaces selon leur aire.*

Angles

- *Comparer les angles d'une figure en utilisant un gabarit.*
- *Estimer et vérifier en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus.*

Problèmes

- *Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions.*

Les grandeurs à l'école élémentaire (cycle 3, CM2)

- *Calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.*
- *Formule de la longueur d'un cercle.*
- *Formule du volume du pavé droit (initiation à l'utilisation d'unités métriques de volume).*

Aires

- *Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée.*
- *Connaître et utiliser les unités d'aire usuelles (cm², m² et km²).*

Angles

- *Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit.*

Problèmes

- *Résoudre des problèmes dont la résolution implique des conversions.*
- *Résoudre des problèmes dont la résolution implique simultanément des unités différentes de mesure.*

3. Les grandeurs et mesures dans le socle

- Au palier 1 :

- Utiliser les unités usuelles de mesure ; estimer une mesure
- Être précis et soigneux dans les mesures et les calculs
- Résoudre des problèmes de longueur et de masse

4. Les évaluations de fin de cycle 2

Comparer et classer des objets selon leur longueur et leur masse.

Exercice 3

😊 Écris les nombres du plus petit au plus grand.

184 – 241 – 109 – 89 – 210

.....

Item 63				
1	3	4	9	0

86%

Exercice 4

Julie a 5 hamsters qui pèsent entre 160 g et 240 g. Dans la liste suivante, il y a un hamster qui n'appartient pas à Julie.

Titi pèse 200 g.
Grigri pèse 230 g.
Kiki pèse 190 g.
Fifi pèse 170 g.
Riri pèse 260 g.
Lili pèse 160 g.

Quel hamster n'appartient pas à Julie ?

Item 64				
1	3	9	0	

67%

NR : 2,3%

Connaître et utiliser l'euro.

Exercice 5

Julien veut acheter des livres. Il a dans son porte-monnaie :

- un billet de 10 €,
- un billet de 5 €,
- deux pièces de 2 €,
- trois pièces de 1 €.

Il achète 3 livres. Le prix d'un livre est de 7 €. Combien d'argent lui reste-t-il après avoir payé ?

😊 *Écris tes recherches et tes calculs dans le premier cadre ; réponds par une phrase dans le deuxième cadre.*

32%

Connaître la relation entre heure et minute, mètre et centimètre, kilomètre et mètre, kilogramme et gramme, euro et centime d'euro.

😊 Regarde le tableau ci-dessous. Il indique le temps réalisé par Ludovic et François pour faire un parcours en vélo.

Voici les temps qu'ils réalisent :

	Ludovic	François
Temps réalisé	1 heure	58 minutes

Qui a mis le moins de temps ? Explique ton raisonnement.

46%

😊 Ludovic et François achètent des oranges. Ils pèsent leurs sacs.

Voici ce qu'ils lisent sur la balance :

	Ludovic	François
Les sacs pèsent	1 kg	975 g

Qui a le sac le plus lourd ? Explique ton raisonnement.

41%

😊 Ludovic et François font une course à pied. Le tableau indique la distance qu'ils ont parcourue :

	Ludovic	François
Distance parcourue	875 m	1 km

Qui a parcouru la plus grande distance ? Explique ton raisonnement.

40%

5. Un travail collectif

Un travail collectif

Les progressions ne peuvent être pensées qu'en terme d'école et non de classe ou de cycle.

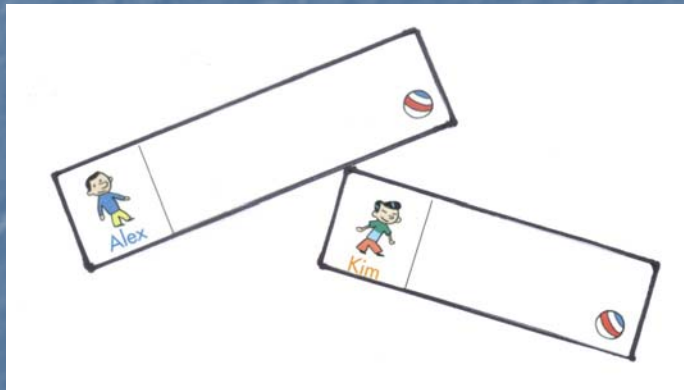
1. Introduction de la grandeur
2. Comparer des grandeurs avec une unité de mesure choisie par le maître ou l'élève
3. Introduction des unités officielles
4. « Sentir » les mesures, avoir des mesures de référence
5. Maîtriser les outils de mesure classiques

Les différentes étapes sont à répartir pour chaque grandeur sur les différentes années de l'école, de la maternelle au CM2.

Les « objets » de références, distance pour aller à la piscine, à l'arrêt de bus, longueur de la cour, masse d'une voiture, masse d'un cartable ou du hamster de la classe, doivent également être pensés en terme d'école.

1 . La longueur : 1ère étape

- **Isoler la longueur de l'objet lui-même** : s'intéresser aux critères de différenciation de baguettes (de même couleur, puis de couleurs différentes, mais de longueurs différentes) ; introduire les mots « ont (n'ont pas) la même longueur »
- **Comparer directement des objets selon leur longueur** , par perception, par juxtaposition ou superposition: ranger les baguettes de la plus courte à la plus longue.



- **Comparer des objets selon leur longueur par des moyens indirects** (un objet de référence, un étalon choisi arbitrairement) : « Ces étiquettes représentent deux enfants lançant un ballon . Quel est celui qui lance le ballon le plus loin? »

- **Occasions d'apprendre à s'exprimer....**

- **Par ces moyens indirects :**
 - constater qu'un segment est (construire un segment) trois fois plus long qu'un segment donné.
 - construire un segment dont la longueur est égale à la somme des longueurs des deux segments donnés.

1 . La masse : 1ère étape

- **Isoler la masse de l'objet lui-même** : s'intéresser aux critères de différenciation de boîtes (de même taille, puis de tailles différentes, mais de masses différentes) ; introduire les mots « ont (n'ont pas) la même masse ».
- **Comparer directement des objets de même nature puis de natures différentes selon leur masse** , par perception, en les soupesant : deux livres ou un livre et un cartable rempli...

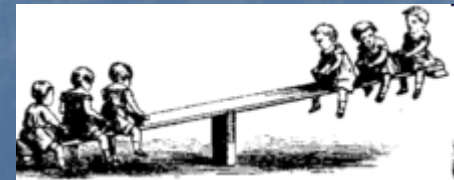


Comparer des objets selon leur masse en utilisant une balance Roberval ou une balance ordinaire ou à fléau (fabriquée maison)..; pour les enfants il y a aussi la balançoire à bascule...

Occasions d'apprendre à s'exprimer....

Par l'un de ces moyens :

- constater qu'un objet est deux fois plus lourd qu'un autre (il faut alors avoir 2 exemplaires de même masse de ce dernier);
- constater qu'un objet a une masse égale à la somme des masses de deux objets donnés.



1 . La durée : 1ère étape

- Isoler la durée de l'événement lui-même, en particulier en s'appuyant sur les différents moments passés à l'école : la durée de la sieste, la durée de la nuit, la durée du repas, la durée de la récréation....
- Comparer directement des durées par la perception!!!!



Comparer la durée d'événements de courte durée en utilisant un sablier, en observant le déplacement de la grande aiguille d'une horloge...avant même de savoir lire l'heure

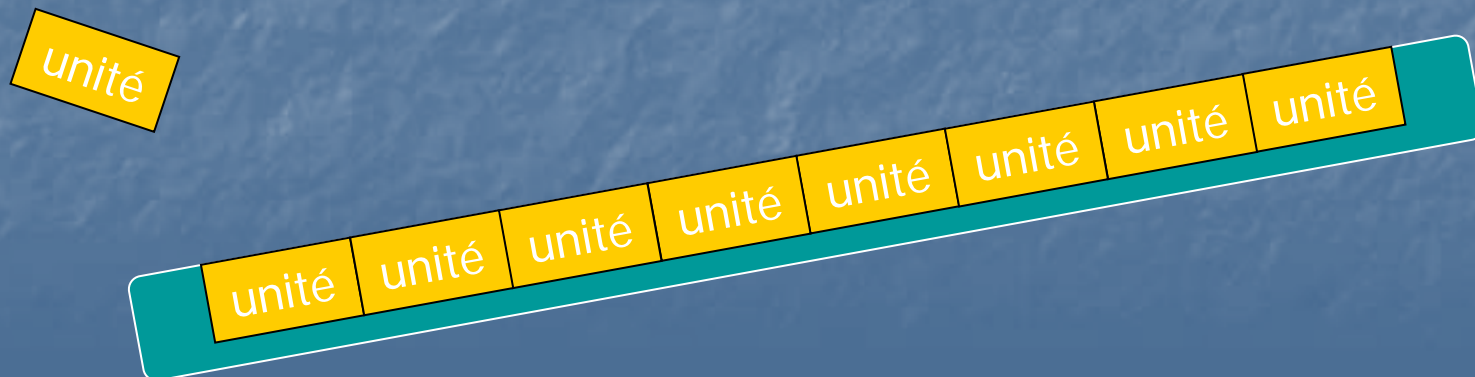
Occasions d'apprendre à s'exprimer....

Mais il ne faut pas oublier **de travailler sur la date**, ce qui est fait chaque jour lorsqu'on l'écrit au tableau, lorsqu'on consulte un calendrier pour repérer celles d'événements particuliers comme les anniversaires, celles du départ en vacances...ou encore en « Repérant des événements de la journée en utilisant les heures et les demi-heures ».

2. Comparer des grandeurs avec une unité de mesure choisie par le maître ou l'élève

- Comparer des segments ou des baguettes en utilisant une unité de mesure donnée, dans un premier temps les longueurs sont des multiples de l'unité donnée, on pourra ensuite utiliser des demies ou quarts de longueurs pour différencier des longueurs.

Attention ! Mesurer avec une unité que l'on reporte, donne l'habitude de partir du bord du papier et risque d'habituer les élèves à partir du bord de la règle... Il peut être utile de proposer des règles préparant à l'utilisation des règles classiques



2. Comparer des grandeurs avec une unité de mesure choisie par le maître ou l'élève

- Comparer la longueur du couloir et la largeur de la cour (nécessité de choisir une unité « élève »).
- Comparer des masses d'objets en les encadrant avec des unités donnés : objet pesant entre 8 et 9 billes...
- Distances au cochonnet.
- Mesure de la longueur d'un parcours (ligne brisée), la longueur totale est la somme des longueurs des différents segments. (additivité de la mesure).
- Idem avec les masses A est plus lourd que 3 billes, B est plus lourd que 5 billes. Que peut on dire de $A+B$? La balance de Roberval reste l'outil de prédilection.
- Les problèmes ont une place importante dès cette étape.

3. Introduction des unités officielles, maîtriser les outils de mesure classiques

- Communiquer des grandeurs implique la nécessité d'unités de mesure standardisées, un travail sur le pas peut permettre de s'en rendre compte.
- Les seules unités standards et normalisées utilisées partout à travers le temps et les lieux sont les unités de temps : le jour et l'année. Les élèves doivent comprendre que les autres sont le résultat d'un choix, et que ce choix à aujourd'hui besoin d'être international.
- Nombreux ponts possibles avec l'histoire (civilisations anciennes, la révolution)
- L'introduction du demi-centimètre puis éventuellement du millimètre en fin de CE1 : 2cm et 4mm

4. « Sentir » les mesures, avoir des références

- Estimer une longueur sans règle.
- Évaluer des masses.
- Un QCM peut être un exercice intéressant permettant de rejeter ou non des grandeurs ou des mesures données. (Ficelle : 16m ou 25L ? Pot de confiture : 400g ou 7L ? Pot de confiture 132kg ou 25cL ? Trousse : 5kg ou 250g ? Voiture : 100kg ou 1500kg ? Train : 16m ou 160m ?)
- Estimer un temps entre deux « tops »

4. « Sentir » les mesures, avoir des références

- Attention !

1 centimètre est égal à 1 centimètre

- Avoir des références « école » communes

- Longueur de la cour
- Hauteur d'une porte
- Dimensions d'une feuille A4
- Distance pour l'arrêt de bus, la piscine
- Masse d'un dictionnaire
- Masse d'un crayon
- Masse d'une voiture
- Volume d'une bouteille d'eau
- Volume d'un aquarium

- Travailler sur les ordres de grandeur

Exemple de progressions pour le travail sur différentes grandeurs

	MS	GS	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	
Longueur	1		2	3 m cm	4 m cm	3 km	3 et 4 mm	3 et 4 dm, dam, hm
masse		1		2	3 g kg	4 g kg	3 et 4 mg, cg, dg, dag, hg, q, T	
aire					1		2	3 cm ² , m ² , km ²

Calcul mental

- Sommes (50cm + 50cm; 45g + 50g, 12cm + 24cm; 1m 56cm + 50cm; etc.)
- Différences (56cm – 32cm; 1m 12cm – 22cm)
- Conversions en minutes (2h; 1h23min; etc.)
- Multiples (56cm x 4; 45g x 2; 15min x 4; 23m x 10)

- Rappel : Comment faire progresser les élèves en calcul mental ?

Les traces écrites en mathématiques : quelques conseils

- L'éventuelle utilisation d'un fichier...
- La résolution de problème intimement liée à la maîtrise de langue.
- Les activités de recherche
 - Quid de la trace écrite ?
 - Différencier en modifiant les variables didactiques.
 - Institutionnaliser : mémoire du travail accompli