

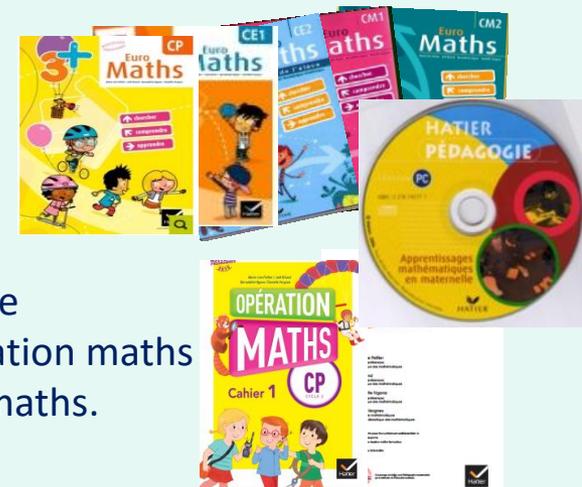
Le numérique aux cycles 1 et 2

briandjoel@free.fr

Strasbourg
Septembre 2016



Université de Bordeaux.



Equipe
Opération maths
Euromaths.

Plan

Première partie (préambule)

- Deux situations comparées
- Situations d'apprentissage par adaptation
- Les influences diverses
- Les programmes 2016

Deuxième partie (Constats et propositions)

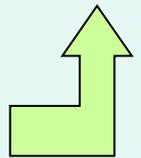
- Le cycle 1 : dénombrement, premiers nombres
- Le cycle 2 : Une étude sur la numération : entrée dans l'écrit ; quelle forme d'évaluation? Quelle organisation des apprentissages ?
- Activités rituelles.
- Faire évoluer les procédés de calcul.
- Le manuel scolaire
- Conclusion

I-Préambule

Pour mieux se comprendre : Deux activités comparées en CP



Validation
pragmatique



- L'illusion entretenue de la même séquence de classe parce que le même écrit est affiché.
- Mais deux formes radicalement différentes de rapport au savoir.
- Deux formes différentes de rapport à l'écrit .

- Le milieu matériel est le même.
- Le milieu d'apprentissage est différent.
- **Scénario 1:** La solution est obtenue par comptage d'objets. L'élève n'a pas à prendre en charge le travail sur les signes. Il pourra au plus en être le spectateur. (On pourrait donner du sens à cette activité si elle était vouée à l'explication d'un jeu qui se jouerait en scénario 2.)

Scénario 2: La solution est obtenue par un travail sur des signes. Les objets sont mentalement présents lors de la tâche. Ils sont matériellement présents pour la validation des hypothèses.

Enfin, ce n'est ni le choix du contexte, ni celui du jeu qui fait qu'une situation est un problème ou non, c'est le fait que les élèves aient à **développer une activité cognitive** relative à la notion étudiée.

Qu'est-ce que faire des mathématiques ?

- **Mathématiser c'est construire un modèle** (produit par un langage : i.e. « moyen d'objectiver et de développer la pensée») en vue d'exercer un contrôle sur un milieu (souvent matériel en début de scolarité). C'est donc :
 - **résoudre des problèmes**
anticiper le résultat d'une action, émettre des hypothèses, faire des essais, les valider ou les invalider, trouver les mots pour dire...
 - **s'entraîner**
 - **apprendre et retenir.**
- La présence d'un milieu matériel n'implique pas réduction de l'activité à une simple manipulation.
- Faire prévoir \neq illustrer.

Situations d'apprentissage par adaptation

Il s'agit de construire des dispositifs adaptés à l'âge, aux connaissances, et aux intérêts des élèves concernés et qui abordent plusieurs types d'enjeux :

Enjeux de savoirs : Construire des milieux à enjeux dans lesquels le savoir visé est la solution optimale au problème posé. Les enfants y progressent. Ils peuvent se rendre compte par eux-mêmes de leurs erreurs.

Enjeux langagiers : la production de signes permet de concevoir un monde, de décontextualiser, de dépersonnaliser. (cf : la secondarisation).

Enjeux sociaux : à un moment donné, l'élève aura à écouter, à lire l'autre.

Enjeux éthiques : engagés dans une telle situation, les élèves cherchent à savoir, à comprendre et accepter l'action d'autres élèves.

Le rapport sur l'individualisation (CNEESCO) : « plus les élèves sont en difficulté plus on les plonge dans du déjà fait, du déjà vu, de l'entraînement. »

<http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/09/160926-Inegalites-scolaires.pdf>

Idées tenaces

Vu dans "sciences et santé "magazine de l'inserm oct 2011 n°4

→ **GRAND ANGLE**



Mathématiques De l'intuition à la manipulation

Bonne nouvelle pour les enfants qui souffrent lors du calcul mental et des tables de multiplication : nous avons tous à la naissance la « bosse des maths ». Percevoir les nombres et les quantités est en effet inné et universel. Toutefois, cette perception reste approximative. Pour résoudre des opérations exactes, l'apprentissage scolaire est nécessaire, avec comme outil de réussite : la manipulation.



symboles, on obtiendrait la même chose n opérant sur de vraies quantités dans le monde réel », précise le chercheur. à encore, les nombreux exercices où il faut manipuler des objets sont essentielle

La manipulation permet de comprendre le sens des nombres.

re tranche, 23 ne correspond à aucun résultat dans les tables. » Un autre exemple montre que la mémorisation est essentielle à la résolution d'opérations, que ce soit

La manipulation permet de comprendre le sens des nombres.

Les effets Jourdain



Les sciences cognitives

- Elles ne prétendent pas apporter des méthodes d'apprentissage.
- Elles attirent l'attention sur le fait que les mathématiques ne sont pas des constructions arbitraires. Ces mathématiques sont issues de l'évolution de notre cerveau dans un monde qui a des régularités intéressantes (S.Dehanne 2010). (numérique, spatial, probabilités) : protomathématiques.
- A propos du numérique, elles montrent que la correspondance entre nombres et espace est importante pour le développement des compétences numériques.
- Elles suggèrent de réhabiliter les jeux classiques, de recréer des environnements propices au numérique.

Pratiques sociales et situations didactiques

Les pratiques sociales permettent de familiariser l'enfant avec un environnement numérique



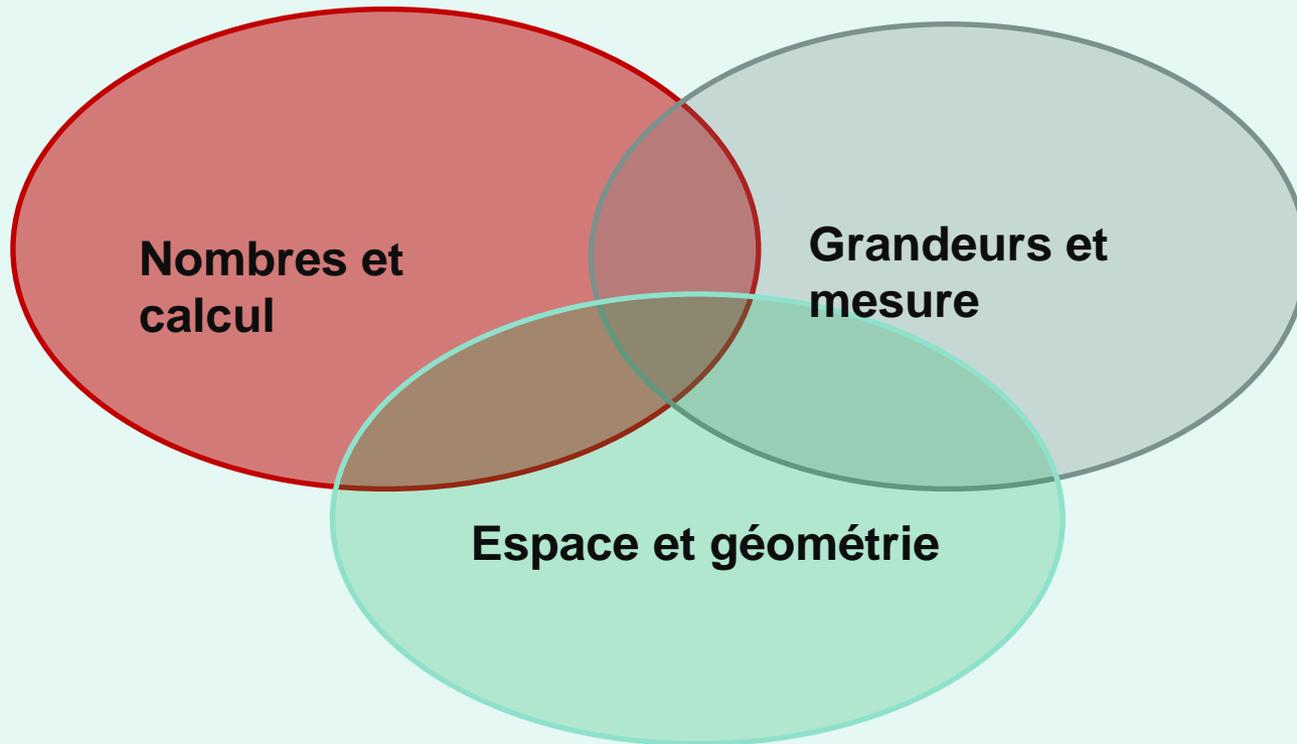
Les programmes 2016

Programmes 2016 C2

6 Compétences travaillées

- Chercher
- Modéliser
- Représenter
- Raisonner
- Calculer
- Communiquer.

Trois domaines imbriqués



L'accent est mis sur 3 points essentiels

- L'articulation très forte entre nombres et grandeurs d'où la résolution de problèmes vue comme activité de modélisation de situations faisant intervenir les grandeurs.
- L'étude de différentes représentations des nombres, qu'elles soient langagières ou symboliques (désignations orales, décompositions/ recompositions, demi droite graduée..) et sur leurs liens
- Un point de vue sur le calcul, conséquence de ces 2 points
 - le calcul est "motivé" par les situations qu'il permet de résoudre (sans manipulations),
 - il est nourri des équivalences entre les différentes désignations des nombres.

De ce fait les techniques opératoires usuelles n'interviennent que lorsque le besoin s'en fait sentir, progressivement sur les 3 années du cycle.

Deuxième partie

Parlons de l'école maternelle

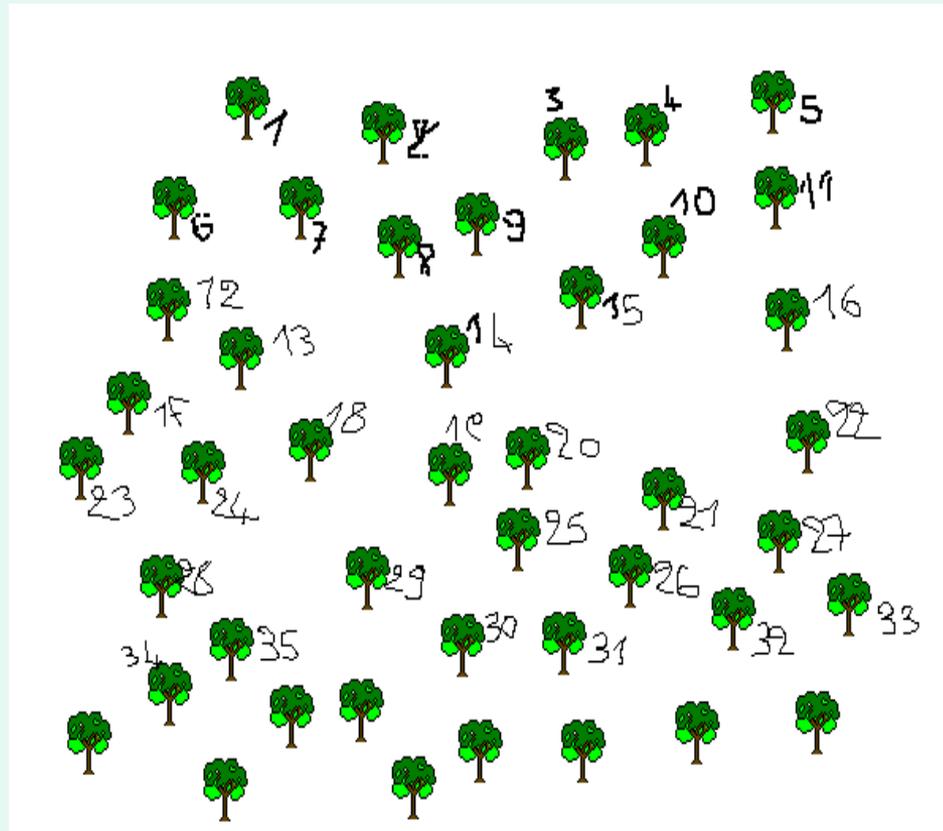
L'école maternelle et ses activités spécifiques

● Une activité venue d'où ?



Allons voir en Cours préparatoire

● Examinons un travail d'élève de CP



Quelles connaissances sont nécessaires et pourtant non enseignées ?

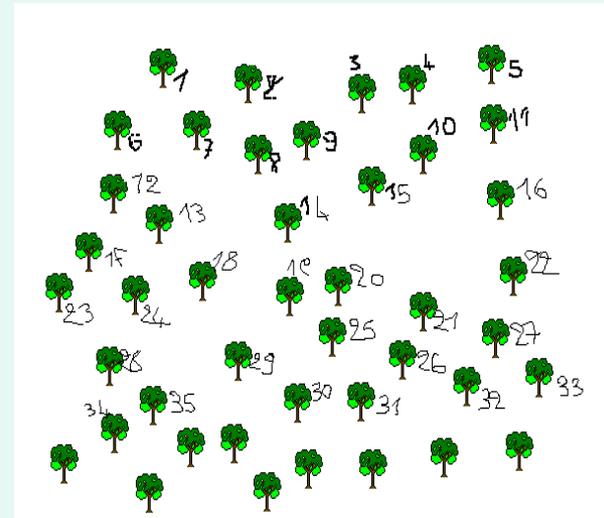
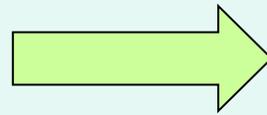
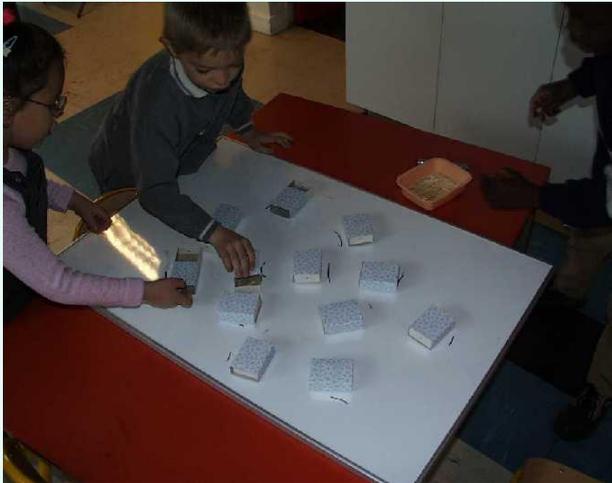
Constat

- L'enfant échoue alors qu'il dispose de la suite numérique et d'un procédé d'exploration relativement bien organisé (lignes conçues). Il s'agit donc d'une absence de connaissance (que nous appelons *l'énumération*) qui se manifeste par une absence de synchronisation effective entre une connaissance numérique et une organisation conjointe de la collection et qui empêche *l'inventaire* de la collection.

Pour compter, l'élève doit nécessairement

- *Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.*
- *Choisir un élément d'une collection.*
- *Enoncer un mot nombre. (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).*
- *Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis*
- *Concevoir la collection des objets non encore choisis*
- *Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) les 4 points qui précèdent tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.*
- *Savoir que l'on a choisi le dernier élément.*
- *Enoncer le dernier mot nombre.*

La classe au jour le jour : faire évoluer la situation Boîtes fixées...écrire est la seule solution



Enumération

Dénombrement
(donc énumération)

Collection ,quantité, nombre

Les collections

Intuition des grandeurs
Quantité

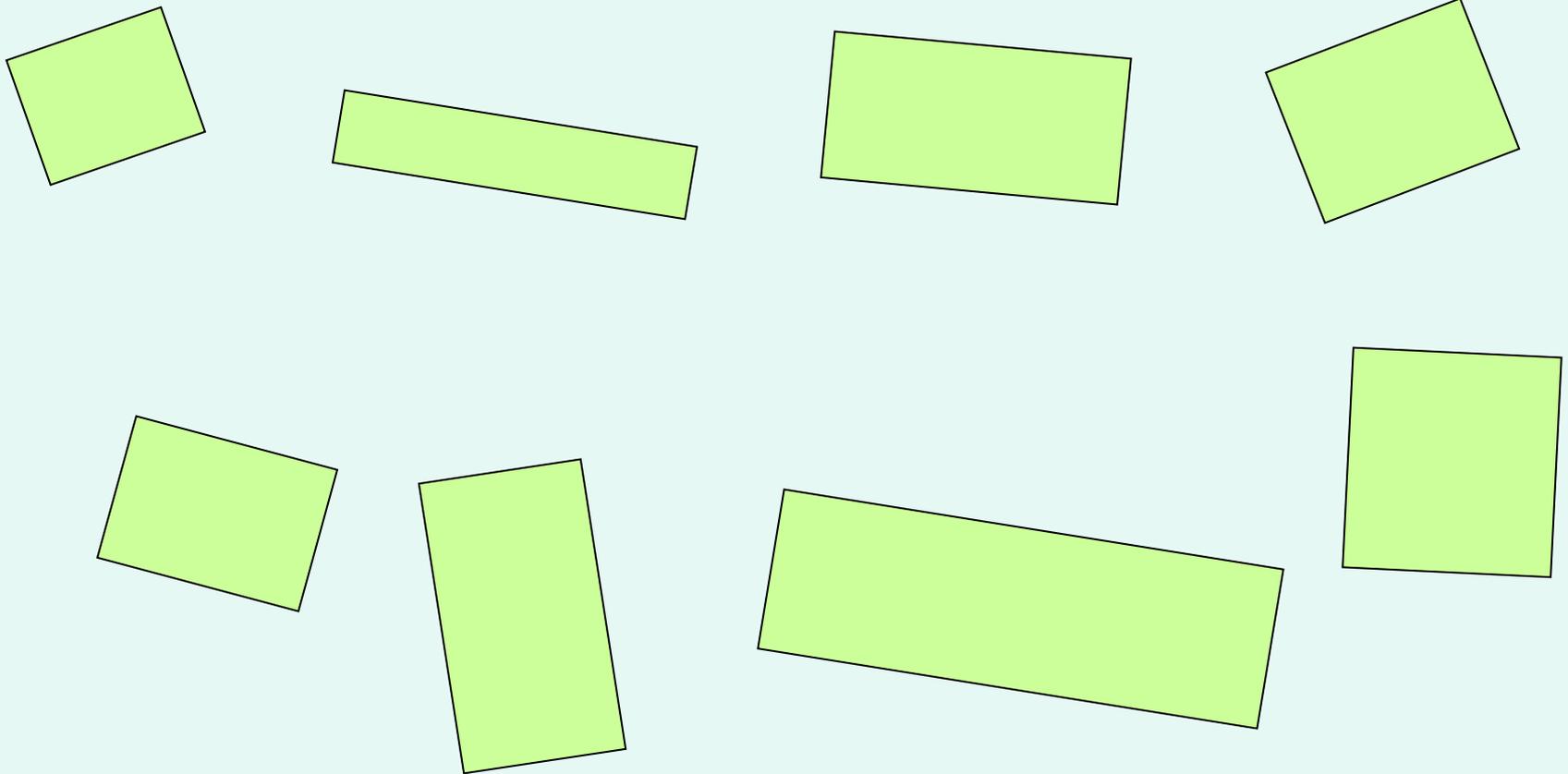
Pratiques sociales
Mieux contrôler des
quantités

Les premiers nombres,
Les premiers écrits, les premières
fonctions du nombre.

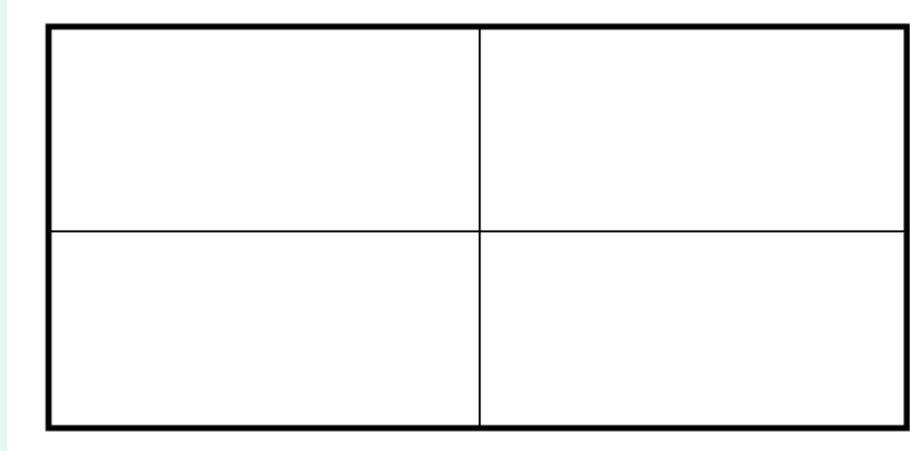
Systèmes d'écriture des nombres
avant la numération.

Contrôler une collection pour dénombrer : une activité simple ?

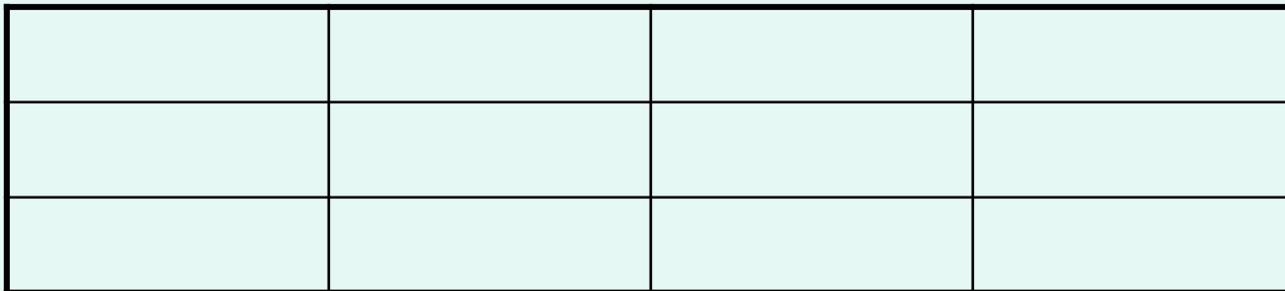
Un exemple : combien de rectangles sur cette diapositive ?



Combien de rectangles dans cette figure?



Et dans celle-ci?...



$$C_5^2 \times C_4^2$$

Connaissances spatiales,
conceptions des objets à dénombrer,
outillage mathématique expert.

Dénombrement

- DENOMBREMENT d'un point de vue didactique (BROUSSEAU 1984) :
- C'est la capacité à produire une collection (C2) équipotente à une collection donnée (C1) sans voir cette collection au moment où l'on produit la collection (C2) en se servant du cardinal de la collection (C1).

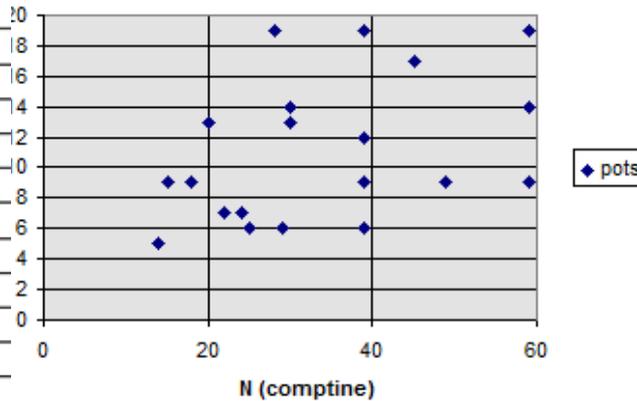
De la comptine à une SF.

● En 1991

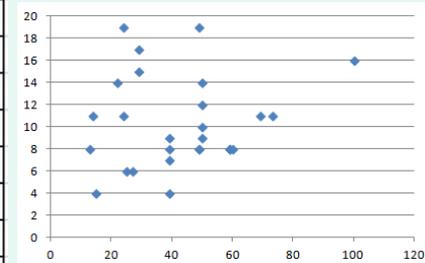
● En 2012

	Jusqu'ou sais-tu compter ?	Situation <u>fonda-</u> <u>mentale</u>
Noms	N	pots
Alexandre	39	12
Christelle	39	9
Damien	14	5
Paul	25	6
David	24	7
Florian	15	9
Maud	20	13
Mylène	45	17
Sandra	22	7
M.Laure	28	19
<u>ChloÉ</u>	39	19
<u>Eugénie</u>	49	9
Claire	39	6
Claire G	30	13
Cyril	59	19
Frédéric	30	14
Marianne	18	9
Christian	59	14
<u>Cédric</u>	59	9
Mathilde	29	6

dispersion selon N et sit. Fond.

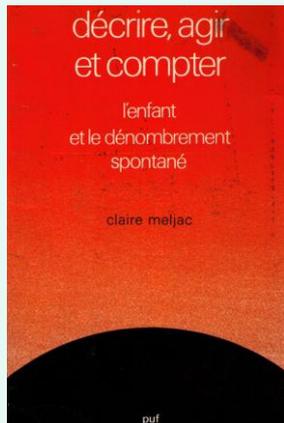


	Cpt	SF
Tom	50	12
Léo	59	8
Léa	27	6
Valentine	39	9
Naomi	39	4
Amandine	22	14
Margot	29	15
Arthur	25	6
Andréa	29	17
Noam	24	11
Hugo	49	19
Julien	24	19
Manon	49	8
Lorenzo	15	4
Paul	50	14
Antoine	50	10
Raphaël	69	11
Lylian	59	8
Anthony	39	7
Maeva	13	8
Lucas	100	16
Nolwenn	49	8
Mike	14	11
Pierre	50	9
Thomas	39	8
Anthoni	73	11
Cassiopée	60	8



Comptage-numérotage et dénombrement

- L'observation du comptage-numérotage ne garantit n'est pas le dénombrement.
- Ce constat est très ancien. Les années 1975-2000 voient se construire un cadre théorique mieux abouti : travaux des équipes INRP, ceux de de C.Meljac, de G.Brousseau et all.



1979



1980-2000 (thèses + publi.)



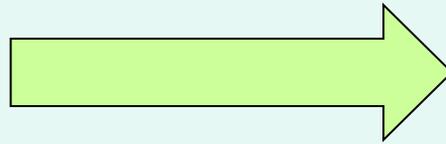
1990 (INRP-ERMEL)

Ainsi, la faculté de **dénombrer** « sur ordre » (y compris celle d'annoncer le nombre d'objets à l'issue du dénombrement) n'implique pas toujours un usage spontané du nombre pour « garder la mémoire » des quantités. On peut affirmer que, pour certains élèves, les mots-nombres qu'ils connaissent (à leur manière) restent à « quantifier » et à « arithmétiser ».

Bilan

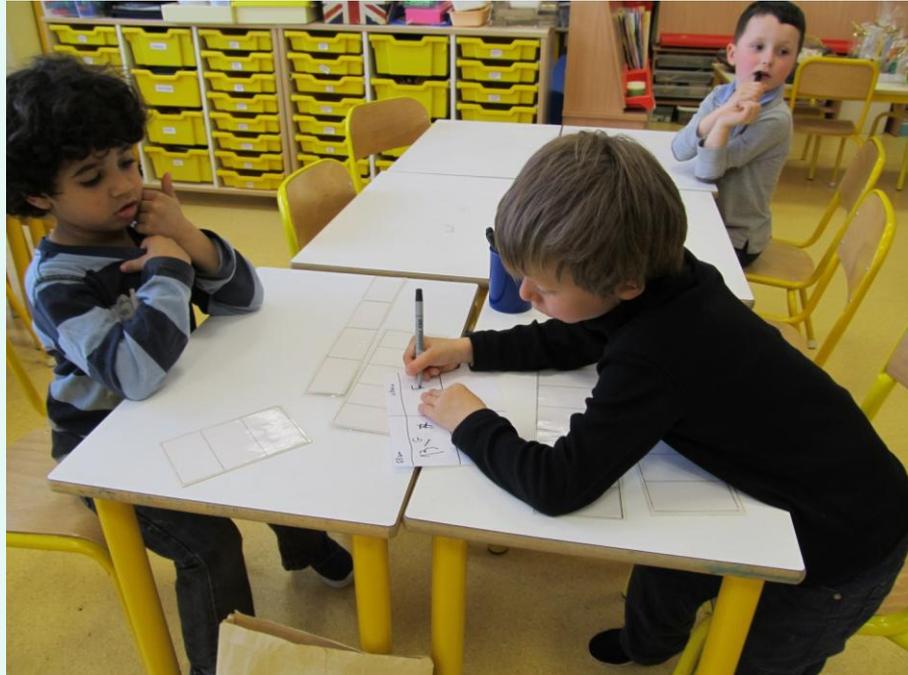
- Le comptage-numérotage est un observable
- **En faire un objet d'enseignement est bien sûr une dérive**
- **On peut l'observer chez un jeune enfant dans une sorte de pratique rituelle**
- On peut l'observer dans des procédures de dénombrement
- Sa manifestation ne garantit bien sûr pas l'acquisition du concept de nombre.
- Elle ne signifie pas non plus que le concept de nombre n'est pas acquis !
- **Comment alors faire évoluer un milieu d'apprentissage afin de passer du comptage-numérotage observé au nombre construit opérationnel.**
- **Nous allons voir que l'entrée dans le monde des signes joue ici un rôle déterminant.**

➤ 1-Dénombrer pour se souvenir d'une quantité quand elle est absente ou éloignée : en mémorisant...(ici le comptage numérotage peut être une stratégie personnelle suffisante [S1].)



Quelle consigne ?

➤ 2- Modifier le milieu d'apprentissage pour faire changer de stratégie : une trace écrite à élaborer (pour soi, puis pour un lecteur)



[S2]. « Les voitures seront prises plus tard. Vous n'aurez plus les parkings. Pour vous souvenir, vous pourrez écrire ».

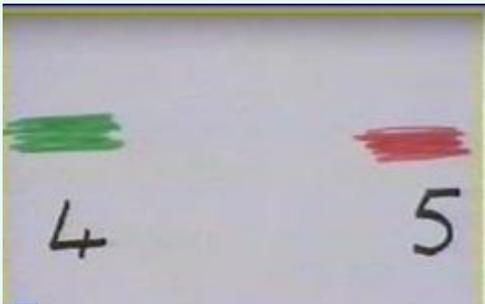
[S3]. « Ce n'est plus vous qui irez chercher les voitures ; vous porterez votre message qui sera lu par un camarade. Il vous donnera les voitures ».

Vérification



« compositions et décompositions des nombres en lien avec les réunions et fractionnements de collections » programmes 2015-2016.

Traiter cette question par des problèmes en GS et au CP.



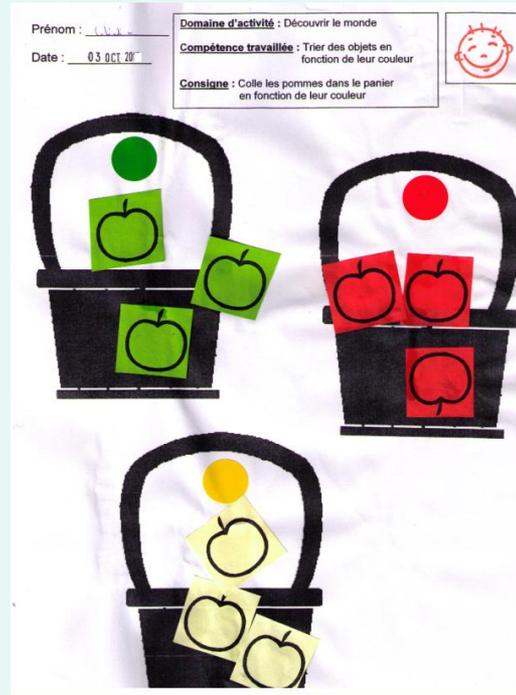
- Cette situation permet de progresser d'une signification « topographique » du signe **4 5** à une signification « mesure d'une quantité » : **4 5** c'est aussi **3 6** ou bien **2 7**, etc.

Accès au calcul

- Savoir aller chercher les bons paniers en faisant le lien entre 4 5 et 9 (C'est un milieu de signes avec validation en milieu matériel ou doigts de la main)
- Prévoir que deux étiquettes (4 5 et 3 6) amènent au même panier (milieu de signes avec **validation matérielle**)
- Eventuellement, prévoir que deux étiquettes (4 5 et 3 6) amènent au même panier (avec **validation sur écrits**)
- Ce travail sur les petits nombres a pour but l'accès au calcul.
- **La reconnaissance de la propriété d'addition est une condition nécessaire à la conceptualisation du nombre.**



Dès la petite section : des bons points aux smileys... à manier avec prudence.



Le Cycle 2

Lier apprentissages mathématiques et entrée dans le monde des signes



L'existence de connaissances anciennes et l'émergence de nouvelles afin d'acquérir le savoir de l'addition.

- Rappel des théorèmes à construire :
 - l'addition entre deux signes consécutifs permet de prévoir le nombre de jetons obtenu à la suite de deux lancers,
 - Donc : « il ne peut pas y avoir de 10 , puisque ce n'est pas écrit » est faux (on l'avait déjà prouvé matériellement)
 - L'addition entre deux signes, même non consécutifs, permet de prévoir le nombre de jetons obtenus à la suite des lancers correspondants, indépendamment des autres lancers,
 - Une fois que l'on a pris un signe, celui-ci ne peut-être repris
 - le résultat d'une addition entre deux signes peut être lui-même combiné aux autres signes.
- Les **savoirs** sont plus facilement prévus, évalués, corrigés et enseignés que les **connaissances**. **Or ce sont les connaissances qui génèrent les savoirs.**

L'organisation des connaissances, l'organisation des savoirs

Nous empruntons à J. CENTENO et G. BROUSSEAU (1992) les définitions suivantes :

CONNAISSANCES : "Les connaissances sont les moyens transmissibles (par imitation, initiation, communication, etc.) mais non nécessairement explicitables, de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente ou à une exigence sociale."

SAVOIR : "Le savoir est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, d'analyser et d'organiser les connaissances afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissances ou de savoirs et la production de nouveaux savoirs. Dans certaines situations (action formulation ou preuve) le même résultat peut être le fruit d'une connaissance de l'acteur ou le fruit d'un savoir, ou les deux."

« Dans certaines situations, l'élève a besoin de connaissances que l'école n'enseigne pas, mais qu'il doit pourtant mettre en œuvre pour apprendre le savoir ou pour utiliser ce qu'il a appris. »

Accès à la numération

Les « principes organisateurs » déterminants

- Il est classique de voir un élève lire l'étiquette « 18 » en énonçant « dix-huit » et considérer simultanément que 18 c'est $1 + 8$ (donc c'est 9 !) sans voir l'incompatibilité entre ces deux lectures.
- On constate donc que ce signe « 18 » a une signification pour l'élève qui n'est pas « stable »
- Pour que l'élève s'approprie la signification souhaitée de ce « signe », un discours magistral n'est pas suffisant.
- **Objectif** construire des situations qui permettent cette appropriation et accompagne ce changement d'interprétation des signes également connus « 1 » et « 8 ».



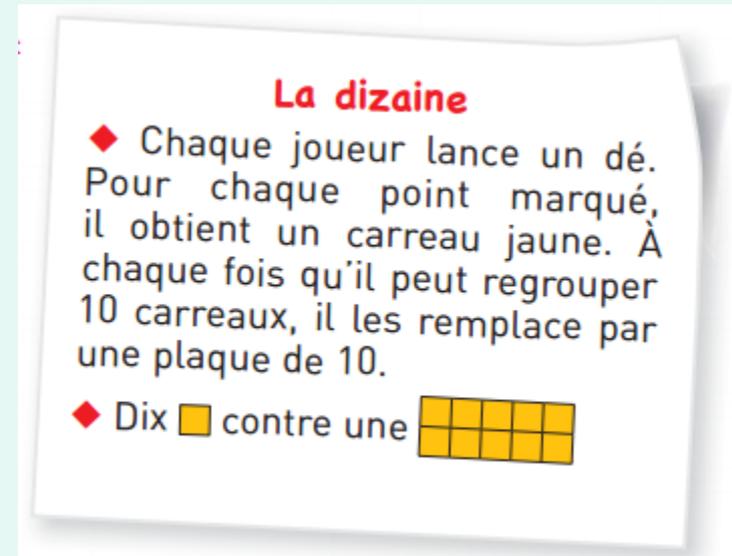
Extraits de cette situation d'évaluation



● Le travail sur la « dizaine » est donc fondamental

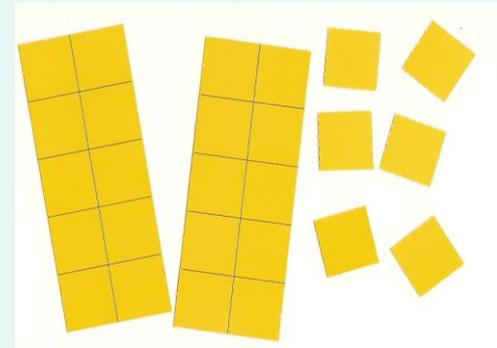
- Travail avec du matériel
- Travail sur les écritures chiffrées
- Mais aussi travail sur des écritures additives
« combien de dizaines dans $3+6+4+5+7+4+5$? »

Première phase (Jeu de la dizaine)



Pour calculer ce score, les élèves peuvent utiliser plusieurs niveaux de procédures :

- Compter une par une chaque case jaune
- Compter les plaques de 10 (en disant : « dix, vingt ») puis compter un par un les cases jaunes
- **Compter les dizaines en disant 1, 2 puis compter un par un les cases jaunes**
- Utiliser directement la symbolisation $20 + 6 = 26$



Donc faire évoluer le matériel

Le comptage un par un de toutes les cases jaunes n'est plus possible. Le but à terme est que les élèves « lisent » ce matériel « 3 dizaines et 4 unités donc 34 »



Travail sur les écritures chiffrées

Complète.

56, c'est dizaines et unités.

63, c'est unités et dizaines.

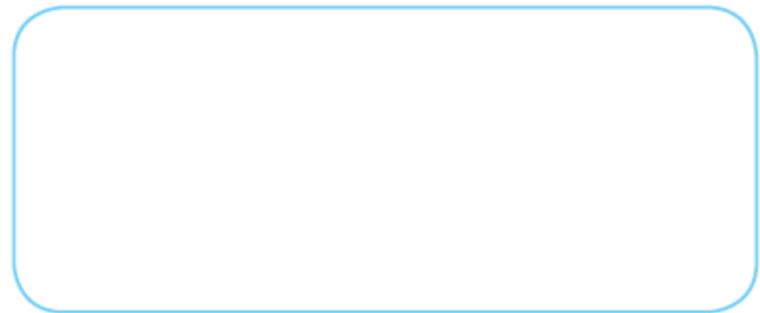
4 dizaines et 9 unités, c'est

7 unités et 2 dizaines, c'est

Réinvestissement dans des contextes sans matériel

Avec 34 chocolats, combien de boîtes de 10 chocolats peut-on remplir ?

On peut remplir boîtes
et il reste chocolats.



En même temps : travail sur la piste des nombres ; la présenter sous forme d'un tableau ; place du 0.

Manipulation



DE L'ORAL À L'ÉCRIT

Tu apprends à écrire la suite des nombres dans un tableau.

	1	2	3		5	6	7	8	9
10							17		
20						26			
		32							
									49
	61					66		68	



- 1 **Écris** les nombres dans les cases **bleues**.
- 2 **Dessine** la case où placer le nombre 0. **Écris-le**.
- 3 **Écris** les nombres dans les cases **roses**.
- 4 **Écris** en **vert** les nombres dont le chiffre des unités est 4.
- 5 **Écris** en **bleu** les nombres dont le chiffre des dizaines est 5.



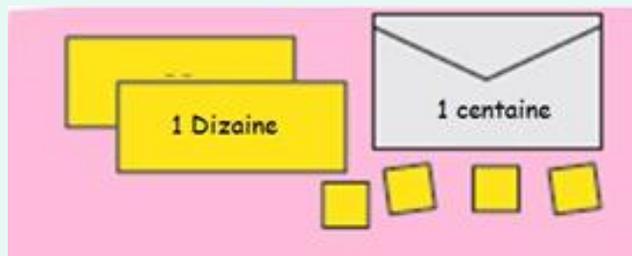
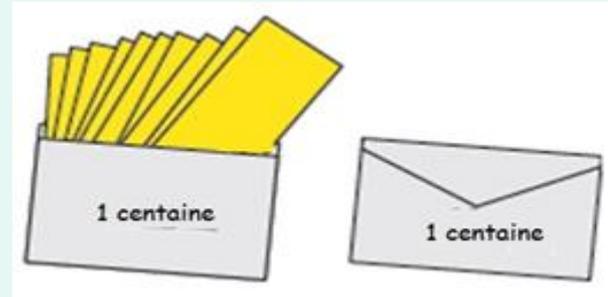
En CE1 extension du champ numérique : la centaine

Un exemple en CE1:

Le jeu de la centaine

1 centaine, c'est 10 dizaines

c'est 100 unités



$$100 + 10 + 10 + 4$$

1 centaine, 2 dizaines et 3 unités

124

Mais aussi

2 dizaines, 1 centaine et 3 unités

12 dizaines et 3 unités

Le tableau de numération: un outil

centaines	dizaines	Unités
		
		245
	24	5
2	4	5

Intérêt des activités rituelles

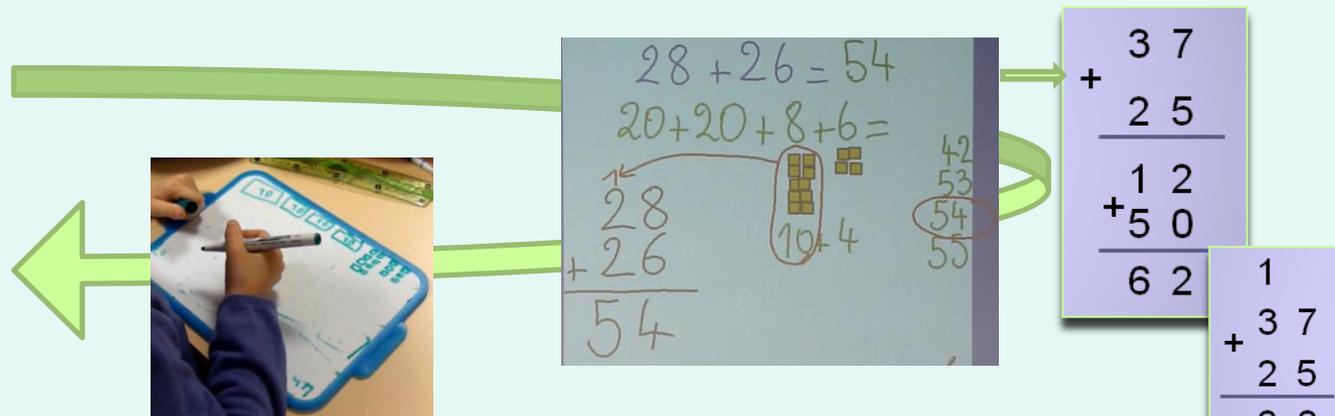
Un exemple : associer nombre, quantité et position sur la piste des nombres : une activité du matin.



Savoir faire évoluer des procédés
de calcul

Construction conjointe de la numération et de procédés évolutifs de calculs

« Les opérations arithmétiques sont introduites dans le cadre de la résolution de problèmes dont elles sont un outil de modélisation. »



L'exemple de la multiplication

- Les travaux commencés dès les années 80 ont largement montré que la multiplication de deux nombres de deux chiffres élaborée à l'aide d'un algorithme évolutif fondé sur le découpage d'un rectangle quadrillé représentant leur produit et conduisant à terme à la multiplication dite « per gelosia » permettait une consolidation de la numération, la construction de la loi des zéros et ceci dès le CE1.

20	5	
200	50	10
60	15	3

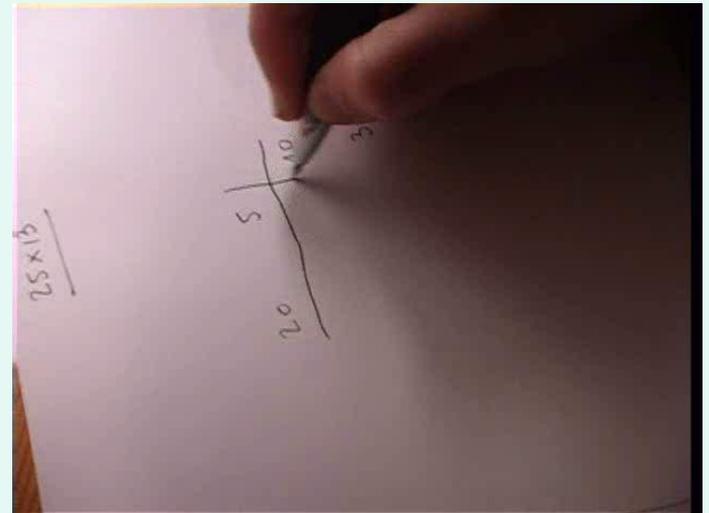
puis,
plus tard

x 25	
13	
15	
+ 60	
+ 50	
+ 200	
325	

puis

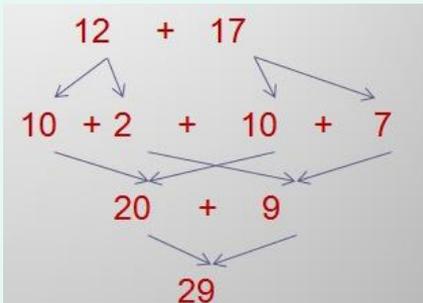
x 25	
13	
75	
25	
325	

15	
+ 60	
+ 50	
+ 200	
325	



Donc une nécessaire réflexion sur les contenus à enseigner pour rendre compatible « faire des maths » et « apprendre des maths ».

Addition



$$\begin{array}{r} 37 \\ + 25 \\ \hline 12 \\ + 50 \\ \hline 62 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1 \\ + 37 \\ + 25 \\ \hline 62 \end{array}$$

Soustraction

47 c'est 48

$$\begin{array}{r} - \\ 19 \end{array} \quad \begin{array}{r} - \\ 20 \end{array}$$



2

On ajoute 1 dizaine à 37 pour garder le même écart.

On ajoute 10 unités à 86 à 86

16 unités moins 7 unités égalent 9 unités

Multiplication

20	5	
200	50	10
60	15	3

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 60 \\ + 50 \\ + 200 \\ \hline 325 \end{array}$$

puis

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 13 \\ \hline 15 \\ + 60 \\ + 50 \\ + 200 \\ \hline 325 \end{array}$$

puis

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ \hline 325 \end{array}$$

De l'usage d'un manuel scolaire

La classe au jour le jour : Étape 3 du manuel : « Utiliser le nombre pour se souvenir d'une position »

3 Utiliser le nombre pour se souvenir d'une position

COMPÉTENCE : dénombrer. Seconde

OBJECTIF : faire le lien entre deux sens du nombre : nombre pour désigner une quantité, nombre pour désigner une position.

À la page pour les élèves de première conscience qu'un nombre (par exemple 10) désigne à la fois la case 10 et la quantité 10.

Calcul mental

Y Demander ensuite aux élèves d'écrire dans les cases les 5 nombres qui précèdent un nombre donné.

La comptine numérique : plusieurs enfants à tour de rôle disent la suite des nombres en décroissant à partir d'un nombre inférieur à 20.

Découverte

1

Pour avancer sur le chemin, il faut poser un caillou dans chaque case.

- Voici les cailloux de Lilou. Dessine la case sur laquelle elle arrive.
- Paco arrive sur la case . Combien de cailloux avait-il en partant ?

2 On a caché les cases du chemin.

Entoure le dessin qui se trouve :

- sous la croix X
- sous la croix X

À la piste est plus petite et éloignée pour bloquer le repérage visuel case à case au profit du dénombrement.

Exercice

- Rémi est au départ avec 9 cailloux. Dessine la case sur laquelle il arrive.
- Jeanne arrive sur la case . Combien de cailloux avait-elle en partant ?

vingt et un • 21



Découverte

1

Pour avancer sur le chemin, il faut poser un caillou dans chaque case.

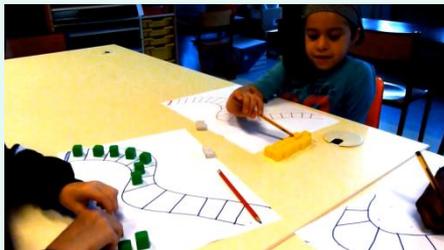
- Voici les cailloux de Lilou. Dessine la case sur laquelle elle arrive.
- Paco arrive sur la case . Combien de cailloux avait-il en partant ?

2 On a caché les cases du chemin.

Entoure le dessin qui se trouve :

- sous la croix X
- sous la croix X

À la piste est plus petite et éloignée pour bloquer le repérage visuel case à case au profit du dénombrement.



De la maternelle au cours préparatoire.

Une situation d'action

Un travail à l'aide d'un manuel. Le TBI peut faire que l'on se rapproche d'une situation d'action.

Découverte

1



Pour avancer sur le chemin, il faut poser un caillou dans chaque case.

• Voici les cailloux de Lilou. **Dessine** la case sur laquelle elle arrive.

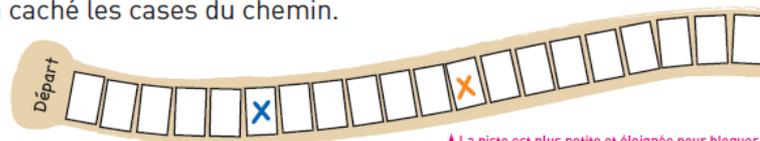


• Paco arrive sur la case .

Combien de cailloux avait-il en partant ?

2

On a caché les cases du chemin.



▲ La piste est plus petite et éloignée pour bloquer le repérage visuel case à case au profit du dénombrement.

Entoure le dessin qui se trouve :

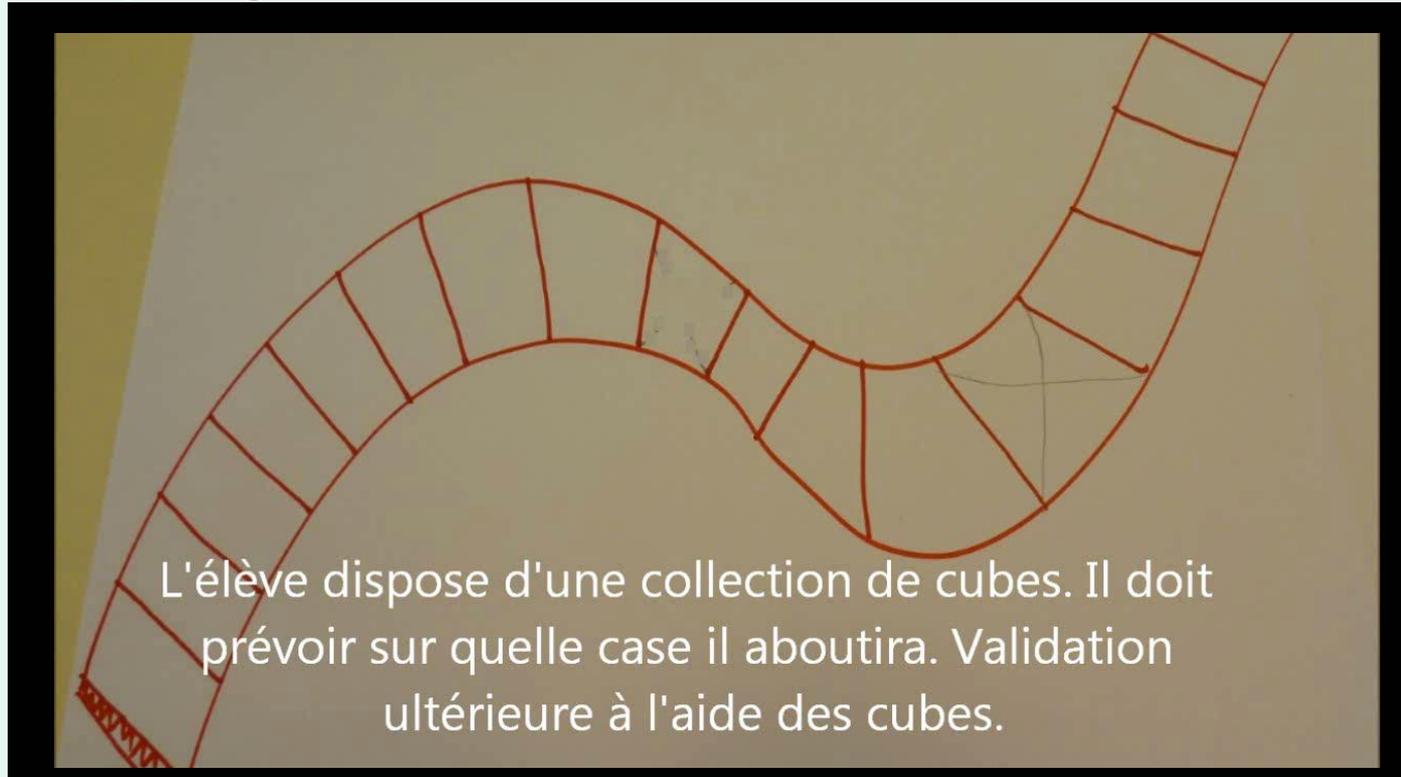
• sous la croix **X**



• sous la croix **X**



L'impossible isomorphisme entre programmes et situations de classe



Les organisations didactiques et les organisations mathématiques ne coïncident pas. C'est un vaste sujet de recherches en didactique des mathématiques. (Voir travaux de Y. Chevallard).

Conclusion

- Dès la maternelle, la construction des savoirs mathématiques s'effectue dans des situations dites par adaptation. Le rôle du matériel, de la trace écrite sont déterminants.
- Ces situations ne sont pas réservées aux « bons élèves » : elles sont bien souvent mises en place en ASH.
- Le travail avec des élèves en difficulté ne saurait donc se borner à un travail de répétition ou de consolidation, même si cela peut être quelque fois utile.
- Un exposé ou le suivi d'un manuel sans mises en scène en classe est un obstacle à l'activité mathématique.
- La construction de la numération et des opérations est un lent travail d'entrée dans l'écrit. Elle se fonde sur des situations à vivre en classe dans des moments clés de l'apprentissage.

-