

Résolution de problèmes, calcul et démarches d'investigation

Michèle Artigue
LDAR, Université Paris – Diderot

ESPE de Paris, 20 novembre 2018

Plan de l'exposé

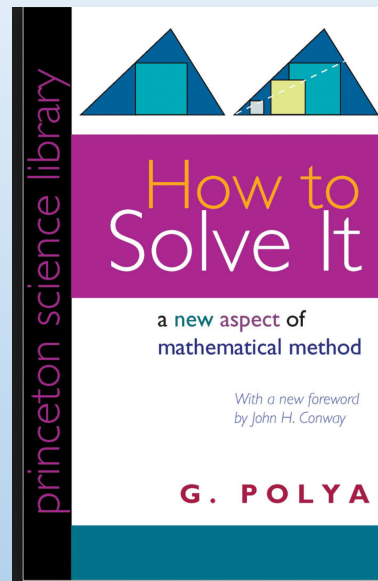
- Résolution de problèmes : recherches et programmes
- Résolution de problèmes et calcul
- De la résolution de problèmes aux démarches d'investigation

Résolution de problèmes :
recherches et programmes

Des références incontournables



Georges Polya (1887-1985)

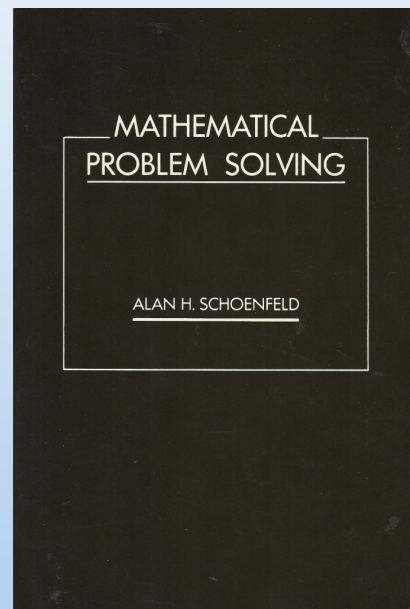


Une vision heuristique de la
résolution de problèmes

Un processus en quatre étapes :

1. Comprendre le problème
2. Concevoir un plan
3. Mettre le plan à exécution
4. Examiner la solution

Des références incontournables



Des feuilles de route structurées pour guider et accompagner la résolution

L'accent mis :

- sur les limites d'une approche en termes d'heuristiques générales
- sur la non-linéarité du processus
- sur les différences entre novices et experts

Une modélisation de la résolution mettant l'accent sur :

- le rôle des ressources spécifiques du domaine
- la métacognition
- les croyances

Le champ de recherche du « Problem solving »

- Un champ de recherche particulièrement florissant dans les années 80 et 90.
- Un point de vue dominant :
 - le développement de compétences de résolution de problèmes comme un objectif en soi ;
 - l'importance accordée à la résolution de problèmes inédits.
 - une résolution des problèmes envisagée a posteriori, pour appliquer et exploiter les savoirs mathématiques enseignés.
- Malgré cela, une réelle diversité de visions de la résolution de problèmes et des enjeux d'apprentissage associés.

Le champ de recherche du « Problem solving »

- Un champ de recherche qui devient progressivement moins central.
- La résolution de problèmes davantage perçue également comme un moyen de l'apprentissage de savoirs mathématiques :
 - de la résolution de problèmes isolés à celle de séries organisées de problèmes ;
 - de la résolution de problèmes pour réinvestir les concepts et techniques enseignés à celle de problèmes pour motiver et introduire de nouveaux concepts.
- Une recherche qui doit aussi se situer par rapport aux perspectives ouvertes par les travaux sur la modélisation puis les démarches d'investigation.
- Une évolution qui réduit la distance avec la recherche didactique française dont la vision de la résolution de problèmes s'est essentiellement forgée autour de la théorie des situations didactiques et de celle des champs conceptuels.

La résolution de problèmes dans les programmes et l'enseignement

- Une grande importance aujourd'hui généralement accordée à la résolution de problèmes dans les programmes, mais une variété indéniable :
 - dans le sens donné au mot « problème », les catégorisations de problèmes proposées ;
 - dans les fonctions accordées à la résolution de problèmes, et les choix de problèmes associés ;
 - dans les apprentissages associés à la résolution de problèmes et leur hiérarchisation ;
 - dans les pratiques d'enseignement associées.
- Et aussi, très souvent, le constat d'un décalage fort entre les discours et attentes curriculaires et la réalité de la résolution de problèmes dans le quotidien des classes.

La résolution de problèmes : les programmes français

- Une présence depuis longtemps attestée dans les manuels, avec une visée d'application des savoirs enseignés à des problèmes suggérés par la vie courante ou professionnelle ; des problèmes essentiellement numériques, catalogués comme les techniques de résolution associées.
- Un statut déstabilisé par la réforme des mathématiques modernes : rejet des problèmes traditionnels au profit de problèmes visant la compréhension des notions mathématiques et de leurs relations.
- A partir de la réforme de 1978 :
 - une place centrale accordée à la résolution de problèmes dans l'apprentissage des mathématiques ;
 - la différenciation de leurs fonctions (approcher et construire des notions et techniques ; réinvestir ; exercer créativité et raisonnement dans des situations plus ouvertes et plus complexes) ;
 - l'introduction d'une dimension d'apprentissage méthodologique.

La résolution de problèmes : les programmes français

- 1985-1991-1995 : pas de changements majeurs malgré l'introduction en 1991 d'une rubrique spécifique *Résolution de problèmes* qui disparaît ensuite ; le rôle central de la résolution de problèmes dans le processus d'apprentissage dès son début et la responsabilité à y donner aux élèves, de plus en plus nettement affirmé.
- 2002 : disparition des prescriptions méthodologiques ; quatre catégories de problèmes distinguées : des problèmes de recherche avec une double fonction (construire de nouvelles connaissances ou se placer dans une posture de recherche), des problèmes d'application et de réinvestissement, des problèmes pour l'utilisation conjointe de diverses connaissances dans des situations plus complexes.
- 2008 : des programmes très courts, peu explicites, et un rôle des problèmes moins clair et non différencié.

La résolution de problèmes : les programmes actuels du cycle 3

- La place centrale reconnue à la résolution de problèmes dans l'apprentissage :

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.

- L'accent mis sur les problèmes d'origine extra-mathématique :

Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont, le plus souvent, issues d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante. Les élèves fréquentent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques.

- Des problèmes aussi pour apprendre à chercher et se confronter à des situations plus ouvertes :

On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements.

Une diversité terminologique aux contours flous, des caractérisations nécessairement relatives

- Problème/exercice - problèmes routinier/non routinier
- Problèmes d'application/de réinvestissement/d'approfondissement
- Tâche complexe
- Problème à prise d'initiative
- Situation-problème
- Problème ouvert - Problème pour chercher - Situation de recherche pour la classe - Narration de recherche
-

Résolution de problèmes et calcul

L'interaction dialectique entre résolution de problèmes et calcul à partir de quelques exemples

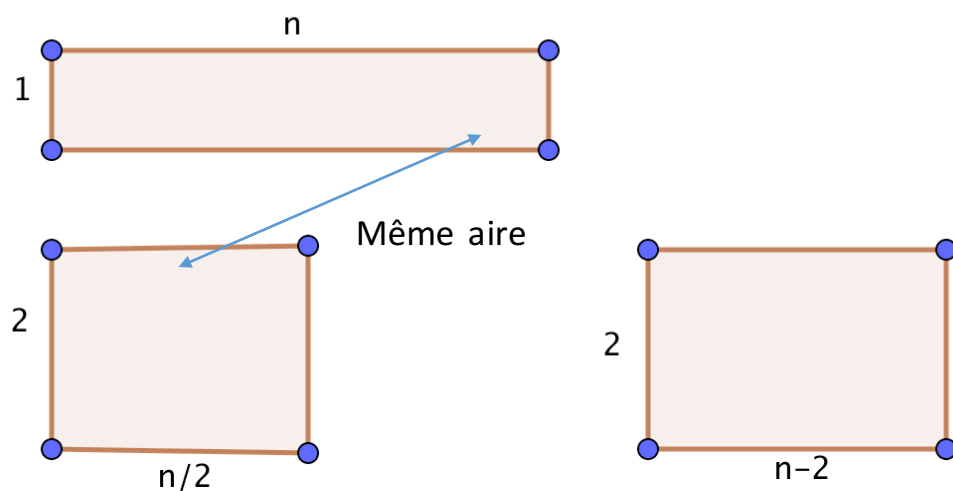
Le plus grand produit : un problème pour chercher *Vrai, Faux, On en débat ! (INRP)*

- On considère un entier positif N (par exemple, $N=10$).
- On le décompose en somme d'entiers positifs (par exemple, $10=5+5$ ou $10=5+3+2$)
- A chaque décomposition, on associe le produit des termes de la décomposition (5×5 à $5+5$, $5 \times 3 \times 2$ à $5+3+2$)
- A quelle décomposition est associé le plus grand produit ?

Un problème qui associe étroitement raisonnement et calcul

- Un problème dont la résolution est naturellement source de multiples calculs, mobilise à la fois des compositions et décompositions additives et multiplicatives simples mais non limitées aux tables d'addition et de multiplication.
- Une organisation des essais numériques nécessaire à la progression dans la résolution, et un raisonnement qui permet progressivement de réduire les possibilités.
- La possibilité de résoudre le problème avec les seules ressources mathématiques du cycle 3.
- La possibilité d'entrer dans un processus de généralisation à partir de la résolution de ce cas particulier.

La généralisation : un calcul géométrique pour montrer que seuls 2, 3 et 4 peuvent intervenir



- Pour tout nombre supérieur à 4, $n-2$ est supérieur à $n/2$.
- Pour tout nombre supérieur à 4, le produit de 2 et $n-2$ est donc supérieur à n , et n ne peut être utilisé dans la décomposition additive.
- Une ouverture sur la comparaison de croissances

Une décision à prendre dans un contexte de vie quotidienne

On m'a offert un grand vase en forme de prisme droit à base carrée de 25 cm de côté et de 40 cm de haut que j'ai installé dans l'entrée. Je voudrais le remplir d'eau aux $\frac{3}{4}$.

- Je pense utiliser pour le remplir une bouteille d'eau vide de 1,5 litres. Il me faut entre 1 et 2 minutes pour chaque voyage. Est-ce raisonnable ?
- Et si, pour gagner du temps, je portais le vase à la cuisine pour le remplir, puis le ramènerais dans l'entrée ?
- Et si la base a un côté de 10, 15, 20, 25, 30 cm, comment varie le volume ?
- Et si le vase est un cylindre au lieu d'être un prisme ?

Un problème dans le domaine des grandeurs et mesure dont la résolution

- Met en jeu des calculs sur des grandeurs variées et nécessite des changements d'unités.
- Mobilise l'utilisation de formules d'aire et de volume.
- Montre la pertinence du calcul approché, d'estimations pour résoudre des problèmes extra-mathématiques.
- Et aboutit à des résultats souvent perçus comme contre-intuitifs.
- Illustre aussi la possibilité et l'intérêt de variations autour d'un même problème, amenant à mobiliser des notions mathématiques et des techniques variées.

Un exemple de tâche complexe (<http://www.univ-orleans.fr/ires/irem/les-volumes-au-college>)

Socle commun : tâche complexe

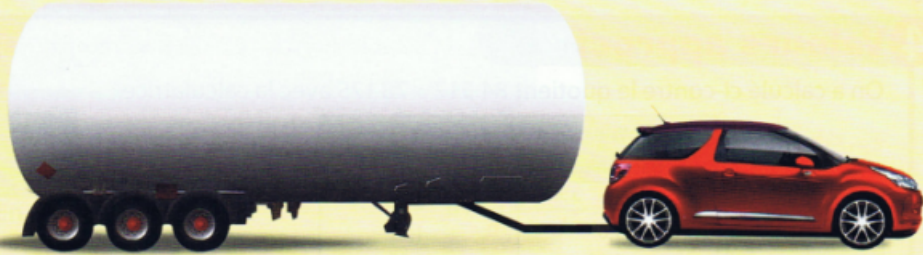
95 Porter un regard critique

LA SITUATION-PROBLÈME
Amélie aime bien cette publicité, mais quelque chose la chagrine. Qu'en pensez-vous ?

LES SUPPORTS DE TRAVAIL
Calculatrice, règle graduée, recherche sur Internet.

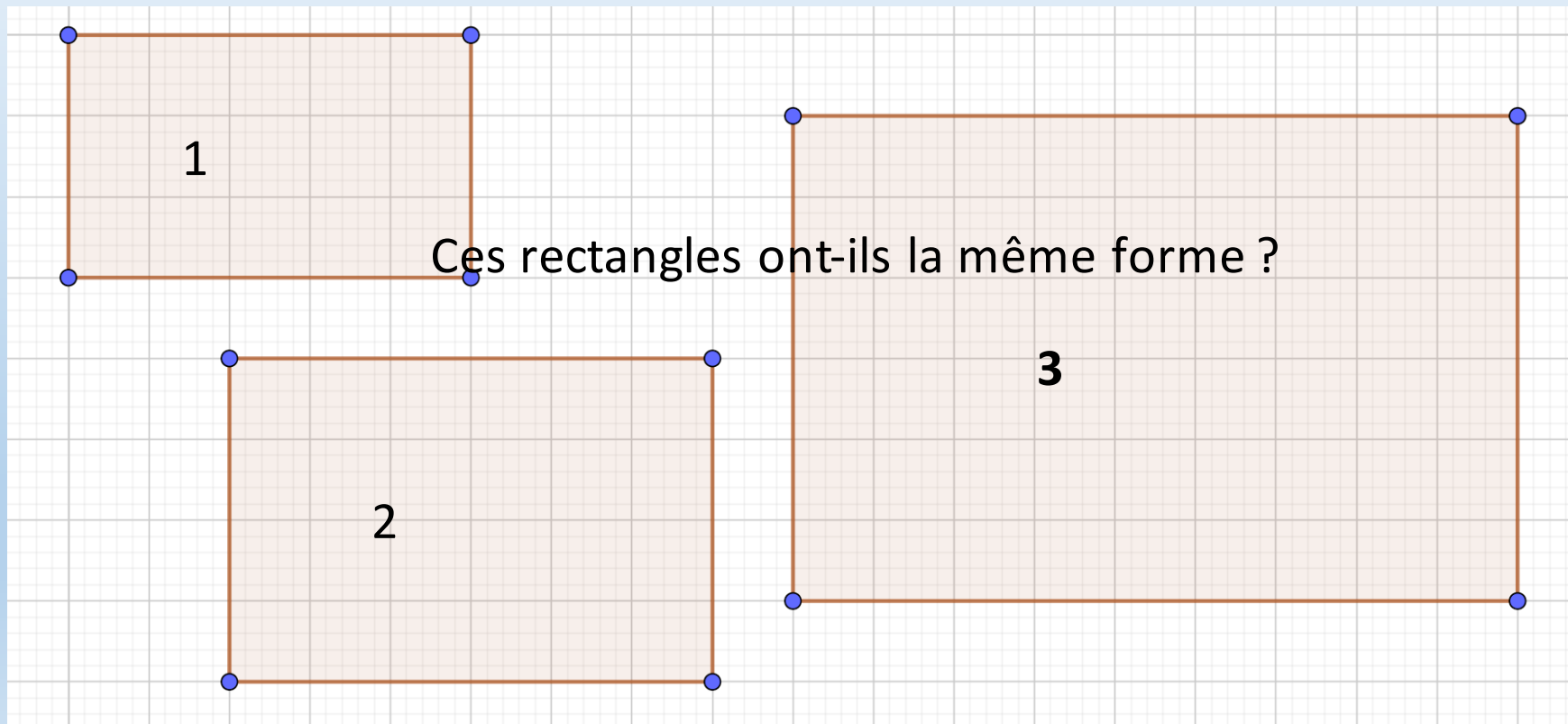
LA CONSIGNE
Toute piste de recherche, même non aboutie, figurera sur la feuille.

En cas d'achat d'une voiture neuve, nous vous offrons maintenant de l'essence pour 10 000 km



Transmath 4^e - Nathan 2011

Un problème pour introduire une notion



Un problème

- Souvent introduit à partir de photos avant d'être formulé ainsi.
- Qui, comme la situation bien connue du puzzle de Guy Brousseau, permet de disqualifier un modèle additif de la notion d'agrandissement, mais obéit à une autre logique, visant à faire apparaître une diversité de façons pertinentes d'approcher la question.
- Où le calcul est un moyen de résolution parmi d'autres possibles et où interagissent étroitement géométrie, grandeurs et nombres.
- Qui s'inscrit dans une succession de problèmes visant des apprentissages mathématiques précis, reliant notamment agrandissement/réduction et proportionnalité.
- Un réinvestissement possible pour comprendre et différencier le fonctionnement de gestes de traitement d'image sur ordinateur.

Résolution de problèmes et démarches d'investigation

Un bref historique

A l'origine, des actions qui débutent dans les années 90 et visent essentiellement l'enseignement des sciences, notamment à l'école primaire (cf. La main à la pâte en France), l'action d'académies des sciences et de l'IAP (Inter Academy Panel) auprès de la Commission européenne qui va se traduire par le financement de quelques projets (ScienEduc, Pollen, Sinus), puis la décision de confier à Michel Rocard, la préparation d'un rapport avec un petit groupe d'experts.



Le rapport Rocard (2007)

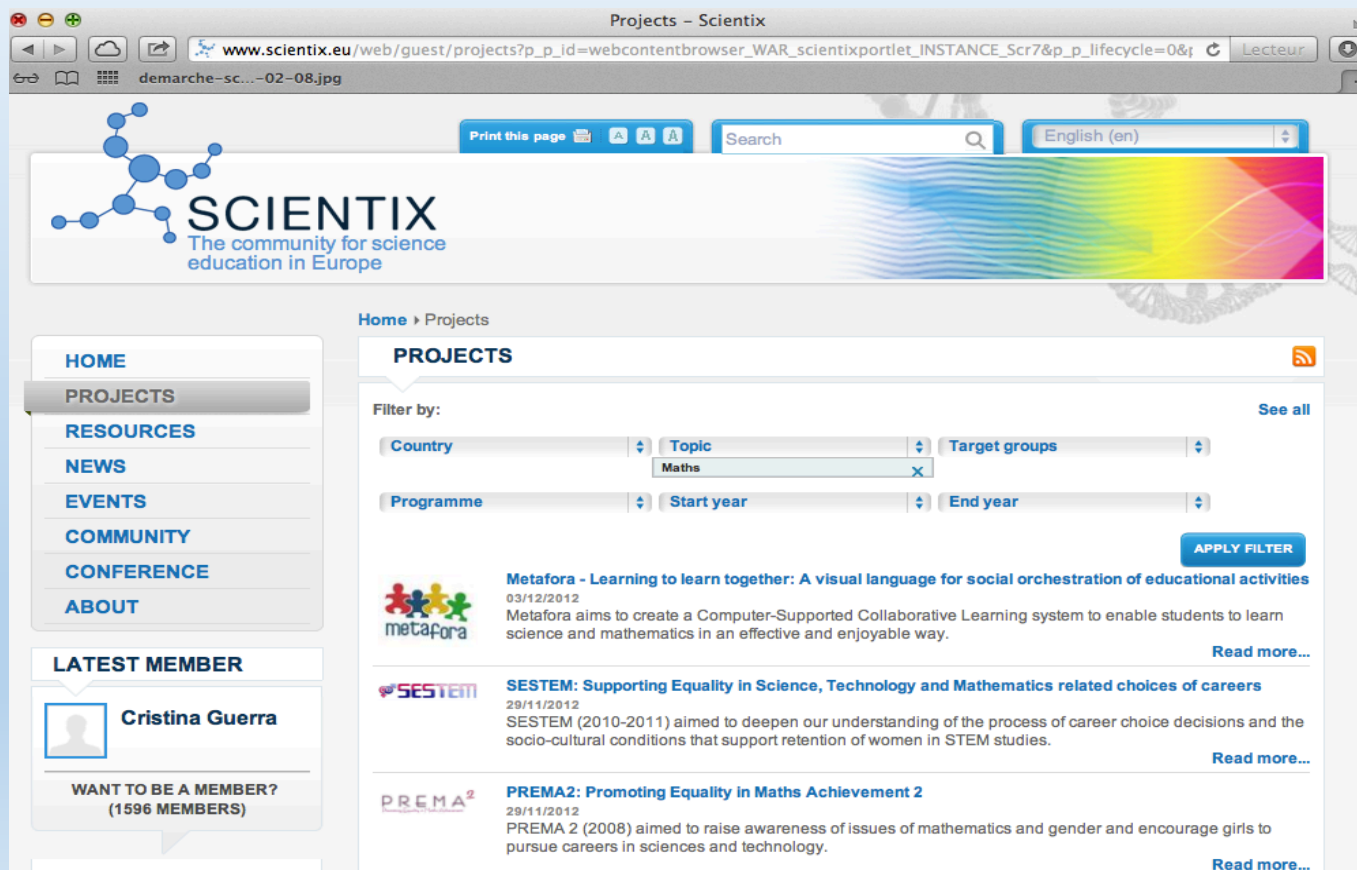
- Un constat de désaffection pour les études et carrières scientifiques qui met en péril la compétitivité économique de l'Europe.
- L'attribution de cette désaffection pour partie à des méthodes d'enseignement des sciences et des maths inadaptées.
- Une solution à rechercher dans la promotion et généralisation des démarches d'investigation et de résolution de problèmes dans l'enseignement des sciences (respectivement de mathématiques).
- La demande d'un soutien fort de l'Europe à de tels projets (60M€) en renforçant des initiatives telles que Pollen et Sinus.

La seconde recommandation du rapport

Les améliorations en matière d'enseignement des sciences doivent être menées par le biais de l'introduction de nouvelles formes de pédagogie. L'introduction d'approches basées sur la démarche d'investigation dans les écoles, les programmes de formation des professeurs à l'IBSE et le développement de réseaux de professeurs doivent être activement promus et encouragés.

IBSE : Inquiry Based Science Education

Une diversité de projets: www.scientix.eu



The screenshot shows the 'Projects' page of the Scientix website. The browser address bar displays the URL: www.scientix.eu/web/guest/projects?p_p_id=webcontentbrowser_WAR_scientixportlet_INSTANCE_Scr7&p_p_lifecycle=0&f. The page features a navigation menu on the left with links to HOME, PROJECTS (highlighted), RESOURCES, NEWS, EVENTS, COMMUNITY, CONFERENCE, and ABOUT. Below the menu, a 'LATEST MEMBER' section highlights Cristina Guerra, with a note that there are 1596 members. The main content area is titled 'PROJECTS' and includes a filter section with dropdown menus for Country, Topic (set to Maths), Target groups, Programme, Start year, and End year. An 'APPLY FILTER' button is present. Three projects are listed: 'Metafora' (dated 03/12/2012), 'SESTEM' (dated 29/11/2012), and 'PREMA2' (dated 29/11/2012). Each project entry includes a brief description and a 'Read more...' link.

SCIENTIX
The community for science education in Europe

Home » Projects

PROJECTS

Filter by:

Country Topic Target groups
Maths X

Programme Start year End year

APPLY FILTER

Metafora - Learning to learn together: A visual language for social orchestration of educational activities
03/12/2012
Metafora aims to create a Computer-Supported Collaborative Learning system to enable students to learn science and mathematics in an effective and enjoyable way.
[Read more...](#)

SESTEM - Supporting Equality in Science, Technology and Mathematics related choices of careers
29/11/2012
SESTEM (2010-2011) aimed to deepen our understanding of the process of career choice decisions and the socio-cultural conditions that support retention of women in STEM studies.
[Read more...](#)

PREMA2 - Promoting Equality in Maths Achievement 2
29/11/2012
PREMA 2 (2008) aimed to raise awareness of issues of mathematics and gender and encourage girls to pursue careers in sciences and technology.
[Read more...](#)

LATEST MEMBER
 **Cristina Guerra**
WANT TO BE A MEMBER?
(1596 MEMBERS)



www.fibonacci-project.eu



Copyright
About
Sitemap

DISSEMINATING INQUIRY-BASED SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION IN EUROPE

[Home](#) [Project](#) [Centres](#) [Resources](#) [News](#) [Press Info](#) [Contact](#) [Admin](#)

Search

[Advanced Search](#)

Home

News

Expanding the Fibonacci network and starting a new cycle
Fourth Fibonacci Project Newsletter
[Download](#)

"Bridging the gap between scientific education research and practice"
Second European Conference in Leicester, 26-27 April 2012
[More information](#)

Introduction Video



DISSEMINATING INQUIRY-BASED SCIENCE
AND MATHEMATICS EDUCATION IN EUROPE

Key documents

[Fibonacci](#) [Home](#)

Welcome to the Fibonacci Project

Designing, implementing, testing and formalising a process of dissemination in Europe of inquiry-based teaching and learning methods in science and mathematics in primary and secondary schools.

Funded by the European Union under the 7th Framework Programme (for research and technological development), and supervised by a high level scientific committee, the Fibonacci project aims at a large dissemination of inquiry-based science and mathematics education (IBSME) in Europe, through the tutoring of institutions in progress (universities, teachers training centres, research institutions, etc.), by institutions with high recognition in science education. The Fibonacci Project will enable to define a blueprint for a transfer methodology valid for a larger dissemination in Europe. The project began in January 2010 and will last 38 months, until February 2013. In the end, 60 tertiary education institutions throughout Europe will be involved, reaching a minimum of 3,000 teachers and 45,000 students.



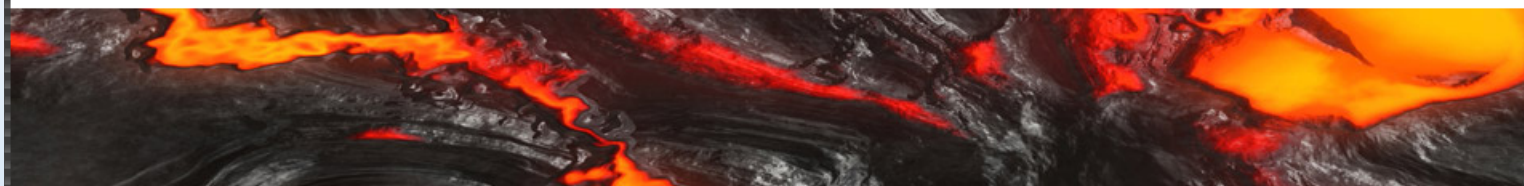
Fibonacci Centres

[Click here](#) to get an enlarged interactive map



Promoting Inquiry In **Mathematics** And **Science Education** Across Europe

INTERFACE:  English



[Home](#) [About the project](#) [Teaching](#) [Professional development](#) [Dissemination](#) [Policy](#) [For parents](#) [News & Events](#) [Materials database](#)

► Advanced search

IN THE SPOTLIGHT



PRIMAS on show in Brussels

Account of an event for policymakers



Professional development modules

for inquiry-based, collaborative learning



to promote inquiry-based learning in mathematics and science at
both primary and secondary levels across Europe

The European Project PRIMAS

PRIMAS is an international project within the Seventh Framework Program of the European Union. Fourteen universities from twelve different countries are working together to further promote the implementation and use of inquiry-based learning in mathematics and science. PRIMAS provides materials for direct use in class and for professional development. Further, we run professional development activities and support professional networks in each of the partner countries. Additionally, PRIMAS works with stakeholders such as policymakers, school leaders and parents to create a supportive environment for inquiry-based learning.

[Learn more about the project](#)

What is inquiry-based learning?

Inquiry-based learning involves exploring the world, asking questions, making discoveries, and rigorously testing those discoveries in search of new understanding. Inquiry-based learning can have many faces, dependent on context, target group and learning aims. However, inquiry-based learning approaches all have the shared characteristics of aiming to promote curiosity, engagement and in-depth learning.

La vision large de l'IBE proposée dans PRIMAS

Essential ingredients in inquiry based education

Valued outcomes

- Inquiring minds
- Prepared for uncertain future and life long learning
- Understanding of nature of science & math

Teacher guidance

- Values and builds upon students' reasoning/scaffolding
- Connects to students' experience

Classroom culture

- Shared sense of purpose / justification
- Value mistakes, contributions (Open-minded)
- Dialogic
- Shared ownership

Type of questions

- Open, multiple solution strategies
- Experienced as real and/or scientifically relevant

What students do

- Pose questions
- Inquire / 5 e's engage, explore, explain, extend, evaluate
- Collaborate

Des exemples de situations (Primas)

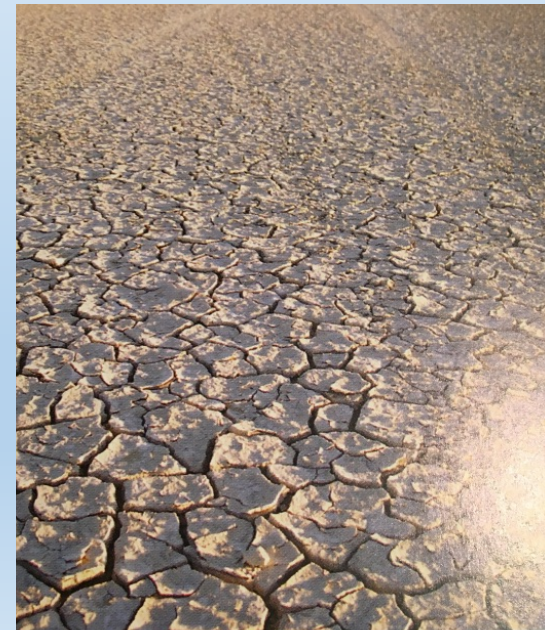
La chaise géante



Plus de lait ou plus de
café ?



S'approvisionner
en eau



Il en résulte

- Un grand nombre de ressources intéressantes produites à la fois pour l'enseignement et pour la formation des enseignants ; des modèles de dissémination de l'IBE s'attaquant à la difficulté du changement d'échelle.
- Mais des ressources qui doivent pouvoir :
 - pour l'enseignement, s'adapter à une diversité de conditions curriculaires et constituent généralement des objets relativement isolés, non insérés dans des progressions thématiques ;
 - pour la formation, s'adapter à des conditions de formation continue et développement professionnel des enseignants qui restent souvent encore très insatisfaisantes.
- Un apport davantage pour des activités de modélisation, des activités interdisciplinaires, des tâches complexes, des projets courts, que pour l'inscription de la résolution de problèmes dans de véritables progressions curriculaires.

Merci pour votre attention !

Références

- Artigue, M., & Baptist, P. (2012). *Inquiry in Mathematics Education*. Fibonacci project. https://www.fondation-lamap.org/sites/default/files/upload/media/minisites/action_internationale/inquiry_in_mathematics_education.pdf
- Coppé, S., & Houdement, C. (2009). Résolution de problèmes à l'école primaire française : perspectives curriculaire et didactique. Conférence au colloque COPIRELEM 2009. <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00959613>
- ERMEL (1999). Vrai ? Faux ? ... On en débat ? Paris : INRP
- Maaß, K., Artigue, M., Doorman, M., Krainer, K., & Ruthven, K. (Eds.) (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45(6).

Références

- Maaß, K., & Reitz-Koncebovski (Eds.) (2013). *Inquiry-based education in maths and science classes*. PRIMAS. <http://www.primas-project.eu>
- Polya, G. (1945). *How to solve it* (traduction française : *Comment poser et résoudre un problème*. Paris : Editions Gabay)
- Rocard, M. et al. (2007). *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Commission Européenne.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando : Academic Press.
- Törner, G., Schoenfeld, A., & Reiss, M. C. (Eds.) (2007). Problem Solving around the World: Summing Up the State of the Art. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39(5-6).