Enrichir l'enseignement des nombres entiers au cycle 3

Frédérick Tempier

Laboratoire de didactique André Revuz, Université de Cergy-Pontoise, ESPE de Versailles, Copirelem

Journée de formation de formateurs en mathématiques, ESPE Académie de Paris, 17 novembre 2017

Retour sur la conférence de consensus sur la numération (Cnesco, 2015)

A l'issue de l'école primaire :

- Un élève sur quatre ne sait pas écrire un grand nombre entier (supérieur à 10 000) en chiffres
  Écrire en chiffres « un million six cent mille » : 76,1% (EN 6ème 2008)
- La moitié des élèves ont des difficultés pour multiplier un nombre décimal, comme 35,2 par 100

  Multiplication par 10 : 23 x 10 = …   : 89 % (EN 6ème 2008)
  35,2 x 100 = …   : 32 % (EN 6ème 2008)

Chesné J.F., Fischer J.P. (2015) Les acquis des élèves dans le domaine des nombres et du calcul à l'école primaire. <u>Rapport pour la conférence de consensus Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire.</u>

Les évaluations nationales

Programmes 2002

- Evaluations nationales 6ème (de 2006 et 2008) :
  - Une seule tâche évaluant la connaissance des nombres entiers (parmi les tâches correspondantes des programmes) : écrire en chiffres un nombre dicté. Il y a deux nombres inférieurs à 10 000 et deux nombres supérieurs à 10 000 (cf. diapo précédente).

Programmes 2008

- Evaluations nationales CM2 (2012) :
  - Une seule tâche (la même) : écrire en chiffres un nombre dicté. Il y n'y a que des nombres supérieurs à 10 000
    (7 800 000 000 - 64 000 000 - 1 425 030 - 70 065 - 307 200 000).

Retour sur la conférence de consensus sur la numération (Cnesco, 2015)

- **Recommandation R11** - L'acquisition du système de numération décimale de position est fondamentale pour les apprentissages numériques.
- Commentaires : Cet enseignement ne se limite pas à apprendre à écrire et à dire les nombres, mais s'attache à permettre une compréhension des aspects décimal et positionnel. […] Des recherches empiriques ont montré que la réussite dans l'apprentissage des décimaux est conditionnée par une bonne connaissance des nombres entiers. Les évaluations nationales renforcent ce constat : elles font apparaître des difficultés sur les décimaux dont on peut penser qu'elles sont le signe d'une construction insuffisante des nombres entiers […]. »

Titre complété

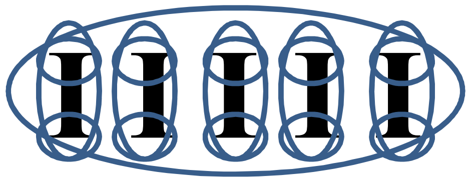
- Enrichir l'enseignement des nombres entiers au cycle 3 **pour améliorer l'apprentissage des nombres, des conversions de mesures, du calcul mental, du calcul posé… et préparer dans les meilleures conditions celui des décimaux.**

Plan

1. Un concept fondateur de la numération : l'unité
2. Enseignement et apprentissage des nombres inférieurs à 10 000
3. Enseignement et apprentissage des grands nombres (supérieurs à 10 000)
4. Conclusion : implications pour la formation

1. UN CONCEPT FONDATEUR DE LA NUMÉRATION : L'UNITÉ

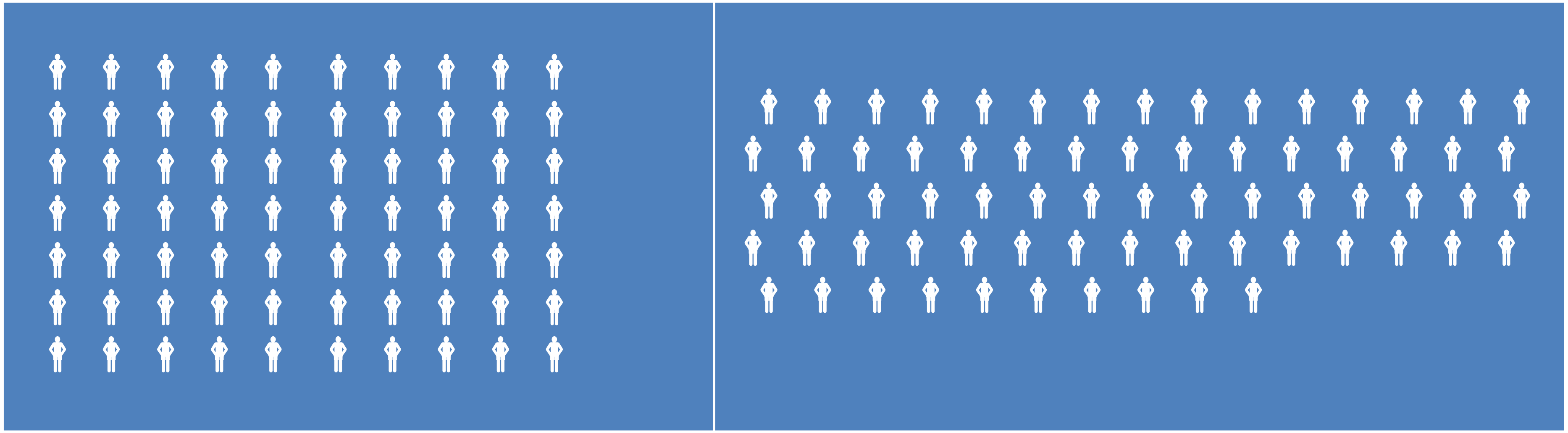
La notion d’unité



- L’unité n’est pas donnée mais est à construire par la pensée (O.Keller, 2016)
- Unitizing : considérer une pluralité d’objets comme une entité individuelle
  - « Unitizing these ten things as one thing – one group – requires almost negating their original idea of number. It is a huge shift in thinking for children, and in fact, was a huge shift in mathematics, taking centuries to develop » (Fosnot & Dolk 2001)

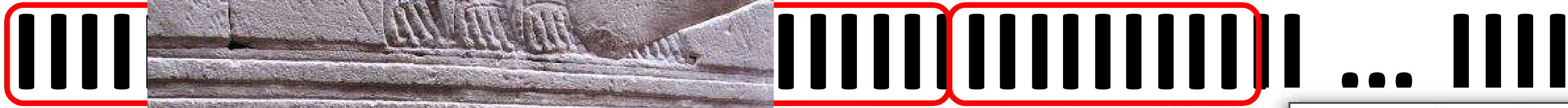
La notion d'unité

- L'unité n'est pas liée à une organisation matérielle. Exemple pour 7 dizaines :

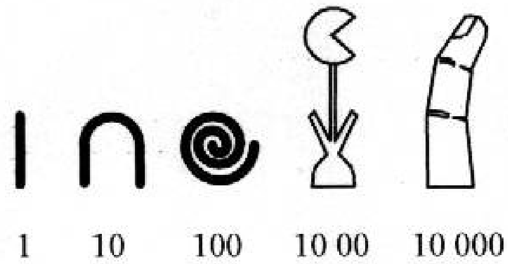


- « Unités de numération » (Chambris 2008)

Comment désigner (par écrit) le cardinal d'une collection ?



CC



0	零	ling
1	一	i
2	二	Erh
3	三	San
4	四	Ssu
5	五	Wu
6	六	Liu
7	七	Chhi
8	八	Pa
9	九	Chiu
10	十	Shih
100	百	Pai
1000	千	Chhien
10000	万	wan

3C 5D 8U

11	十一
15	十五
25	二十五
146	百四十六
9521	九千五百二十一
25358	二万五千三百五十八

358

Deux principes de notre système de numération écrit

Aspect décimal de la numération

10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur.

1 dizaine = 10 unités,

1 centaine = 10 dizaines,

donc 1 centaine = 100 unités

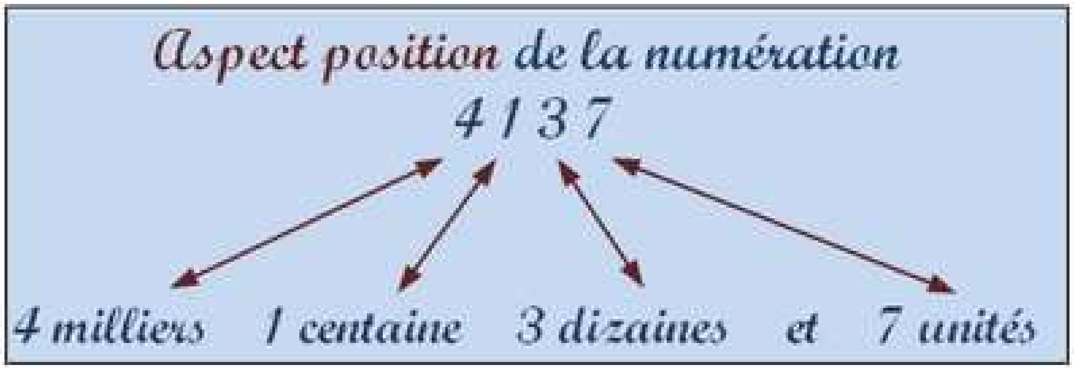
1 millier = 10 centaines,

donc 1 millier = 100 dizaines

et 1 millier = 1000 unités

Système d'unités : dix unités d'un certain ordre sont égales à une unité de l'ordre supérieur (système à base 10).

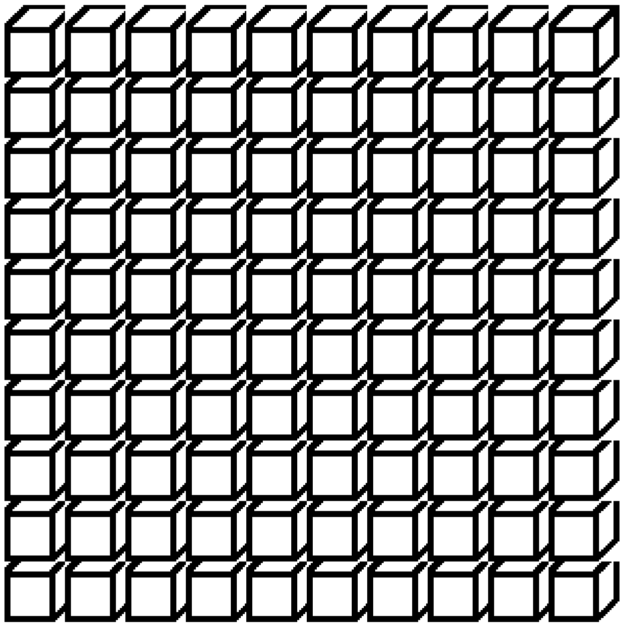
Chaque unité s'écrit à une position particulière dans l'écriture du nombre.
Les unités simples s'écrivent au 1er rang à partir de la droite, les dizaines au 2ème rang, etc.



Différentes interprétations d'une même unité : exemple de la centaine

Fuson et al. 1997, Thanheiser 2009

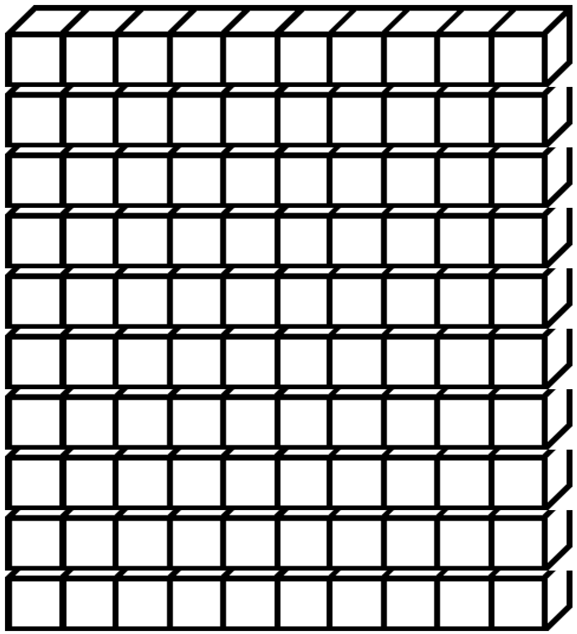
Cent unités



Différentes interprétations d’une même unité : exemple de la centaine

Fuson et al. 1997, Thanheiser 2009

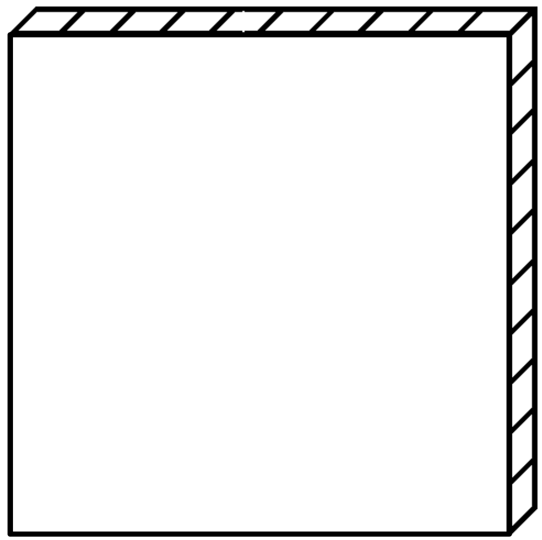
Dix dizaines



Différentes interprétations d'une même unité : exemple de la centaine

Fuson et al. 1997, Thanheiser 2009

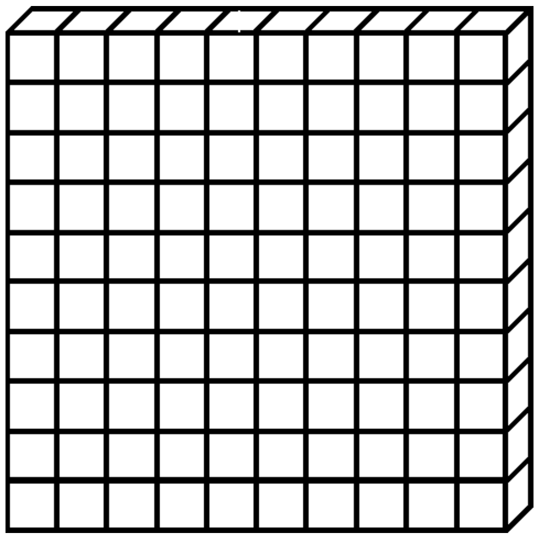
Une centaine



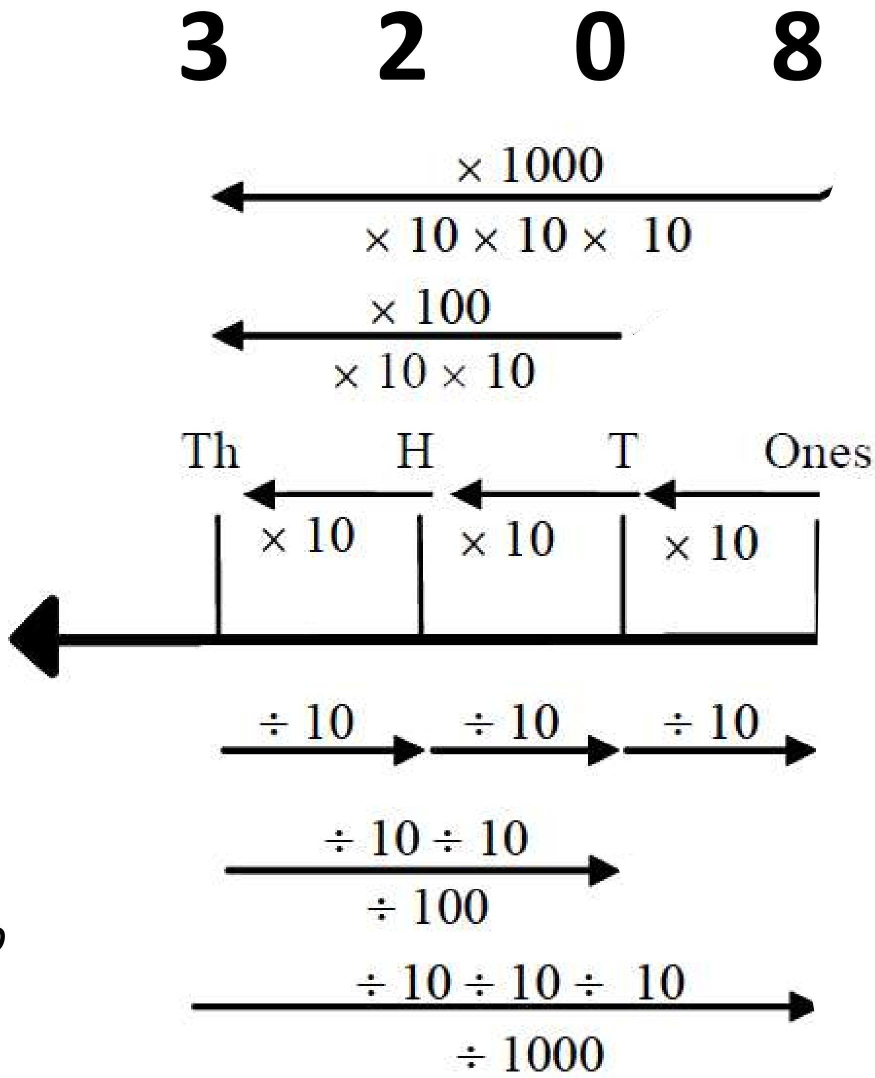
Différentes interprétations d'une même unité : exemple de la centaine

Fuson et al. 1997, Thanheiser 2009

Tout cela à la fois: une centaine, dix dizaines et cent unités

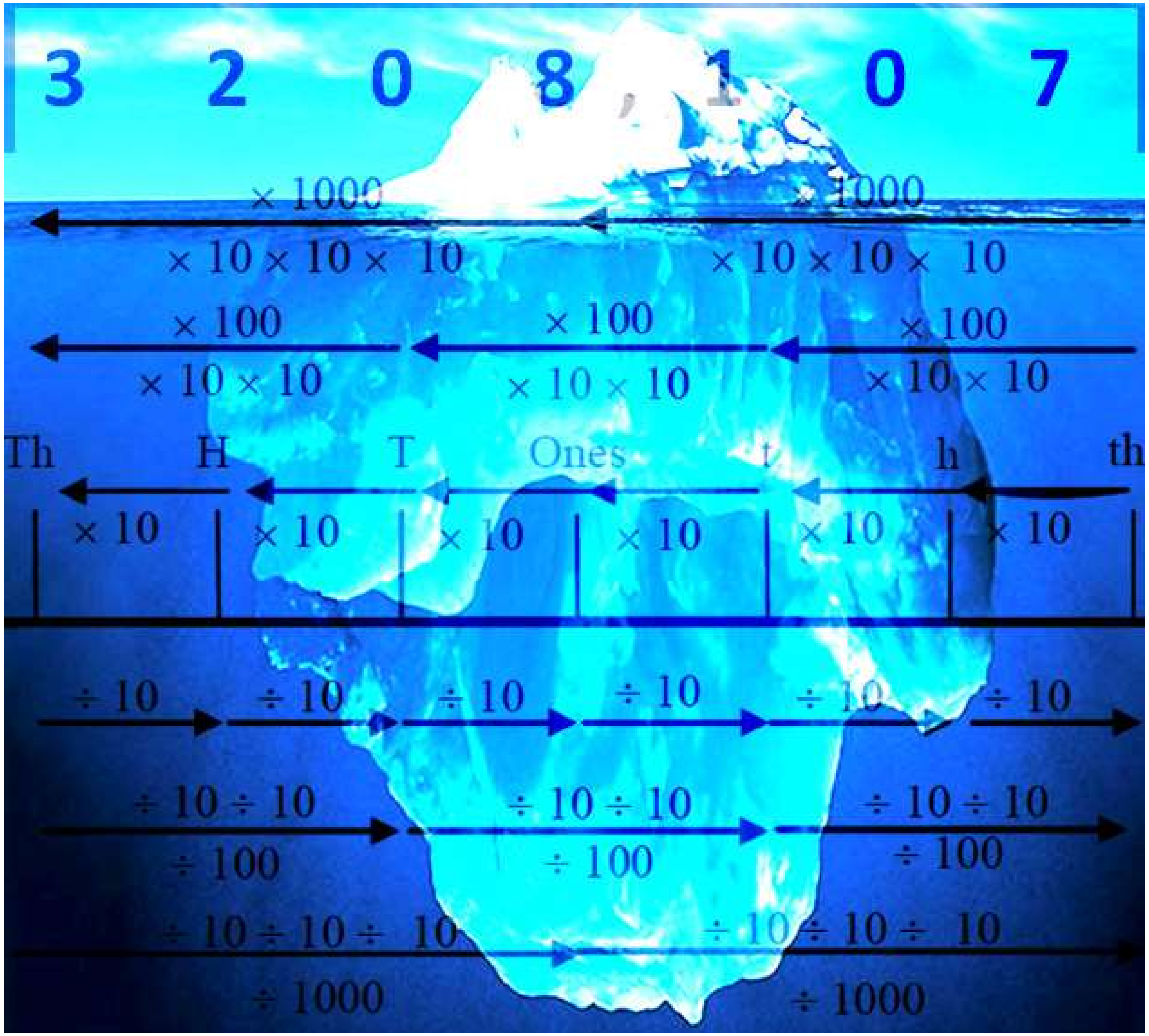


Extensions du système d'unités …



Baturo (1999)

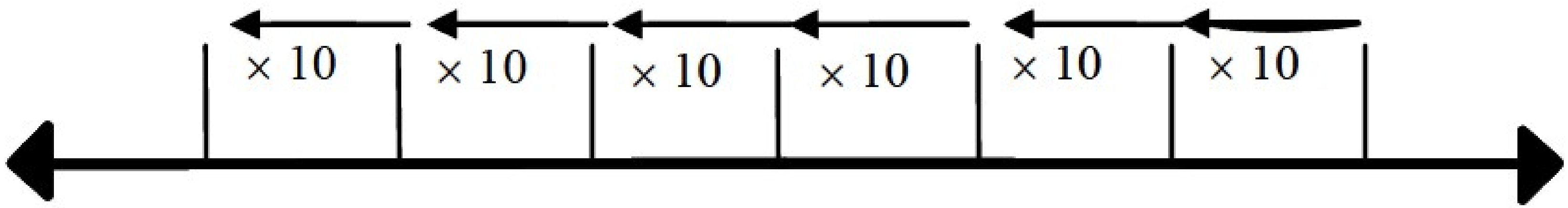
L'iceberg de l'écriture en chiffres !



© photo Ralph A. Clevenger

… et utilisation pour les unités de mesures du système métrique

…	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	…
…	kg	hg	dag	gr	dg	cg	mg	…
…	kL	hL	daL	L	dL	cL	mL	…
…	**kilo**	**hecto**	**deca**	**unité**	**deci**	**centi**	**milli**	**…**



Chambris C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? *Grand N*, 89, IREM de Grenoble, 39-69

Différentes interprétations de l'écriture chiffrée chez les élèves

- ***Juxtaposition d'unités simples.***
  - Les chiffres sont interprétés en termes d'unités simples (Thanheiser 2009) : « 548 serait 5 unités simples, 4 unités simples et 8 unités simples ». Une variante peut apparaître dans certaines tâches : un des chiffres peut être vu comme un groupement d'unités simples ; par exemple 548 interprété comme 500 unités 4 unités et 8 unités.
- ***Juxtaposition positionnelle.***
  - Les chiffres sont associés aux mots unités, dizaines et centaines et éventuellement à certains objets matériels (par exemple barre pour la dizaine, plaque pour la centaine …). Brissiaud (2005) parle alors de « verbalisme des écritures chiffrées » qui résulte d'une « conception statique » de l'écriture chiffrée où l'élève peut « fournir des réponses apparemment correctes », mais sans réelle compréhension des mots dizaines et centaines comme unités. Le nombre représenté par le chiffre des dizaines n'est pas reconnu comme un multiple de dix (Ross 1989).

Différentes interprétations de l’écriture chiffrée chez les élèves

- ***Unités simples.***
  - Chaque chiffre est interprété « en termes de groupements d’unités simples » (Thanheiser 2009) : 389 est interprété comme 300 unités simples, 80 unités simples et 9 unités simples. Les différents chiffres ne font pas référence à un système d’unités en relation entre elles.
- ***Système d’unités.***
  - Chaque chiffre est interprété comme un nombre d’unités et ces unités sont en relation entre elles (Thanheiser 2009) : « dans 389 le 3 peut être vu comme 3 centaines ou 30 dizaines ou 300 unités simples, et le 8 peut être vu comme 8 dizaines ou 80 unités simples »

Unités et calcul posé

1 Cécile, Sébastien, Mélanie et Léo calculent avec des nombres à 4 chiffres. Vérifie et termine leurs calculs.

Cécile calcule une addition.

	m	c	d	u
			1	
	3	8	6	7
+	4	5	2	7
			9	4

Sébastien calcule une multiplication.

	m	c	d	u
	1	7	2	9
x				3
			8	7

Mélanie calcule une soustraction.

	m	c	d	u
	6	3	8	9
–	2	7	7	4
			1	5

Léo calcule une division.

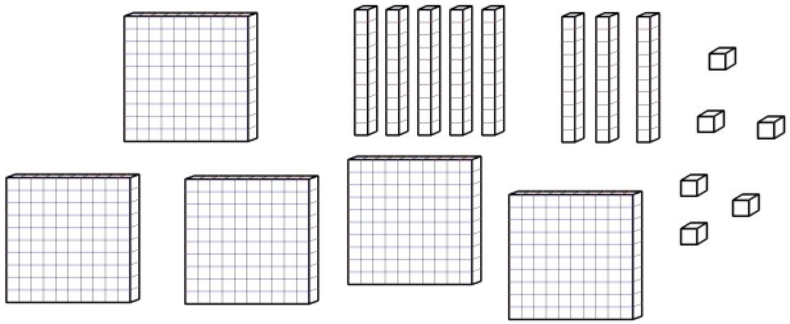
2 8 5 7 | 3

(J'apprends les maths CE2, Retz)

Une illustration de la richesse possible d'un travail sur les unités

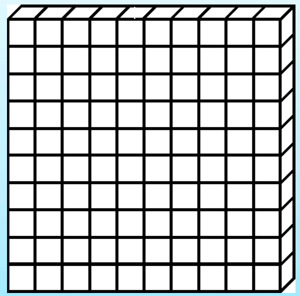
- Une activité rituelle de dénombrement de collection pour des élèves de CE2 ou de cycle 3 (en début d'année) : « la collection du jour » (http://numerationdecimale.free.fr)
- Cette activité est inspirée d'une tâche proposée par Chambris (2012) : dénombrer selon différentes unités.

« La collection du jour », variantes

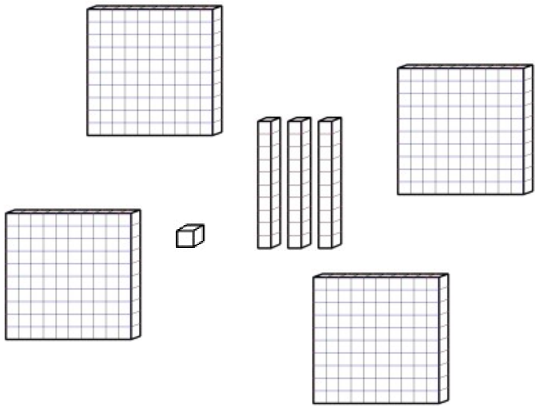


Combien de centaines de cubes ?
(je choisis de compter les centaines)

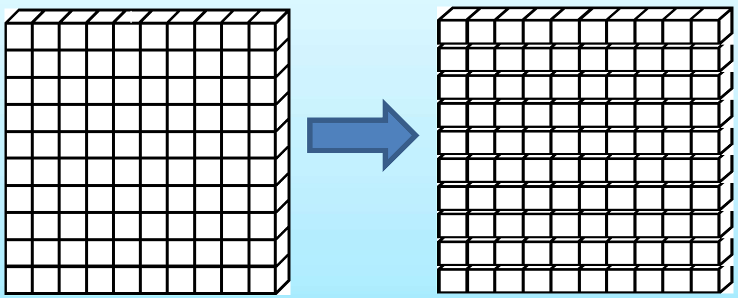
Compter la centaine comme une « unité » : un, deux, trois, quatre, cinq centaines.



« La collection du jour », variantes

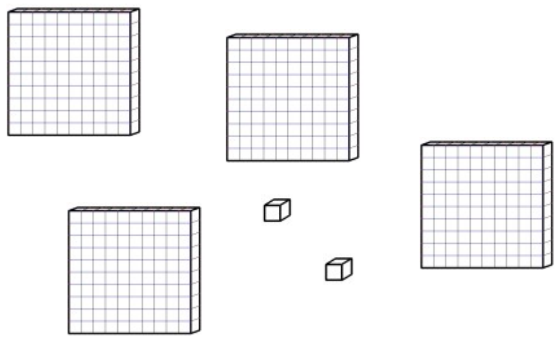


Combien de dizaines de cubes ?
(je choisis de compter les dizaines)

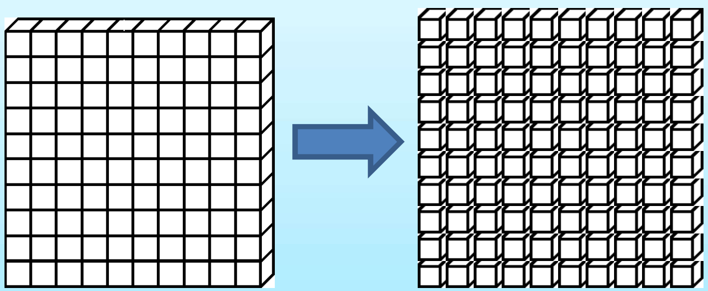


Considérer la ***centaine comme dix dizaines*** *:*
- dix, vingt, trente, quarante, … quarante-trois dizaines,
- ou bien : un, deux, trois, quatre centaines, ça fait quarante dizaines et trois dizaines, quarante-trois dizaines.

« La collection du jour », variantes



Combien de cubes en tout ?
(je choisis de compter les unités)



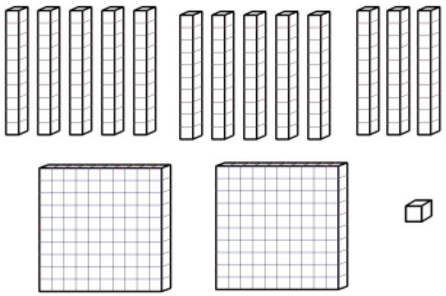
*Considérer la **centaine comme cent unités** :*
- « cent, deux-cents, trois-cents, quatre-cents, quatre-cent-deux »,
-ou bien : « un, deux, trois, quatre centaines donc quatre-cents et les deux cubes, quatre-cent-deux »

« La collection du jour », variantes

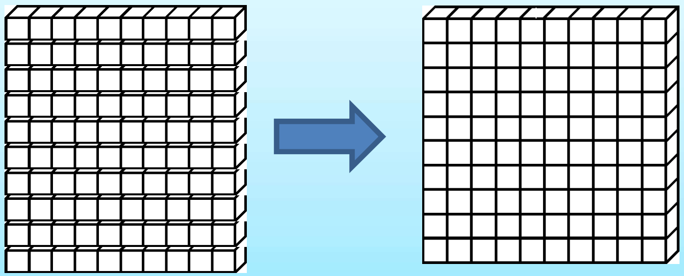
Combien de dizaines de bûchettes ?

Combien de dizaines d’euros ?

« La collection du jour », variantes



Combien de centaines de cubes ?



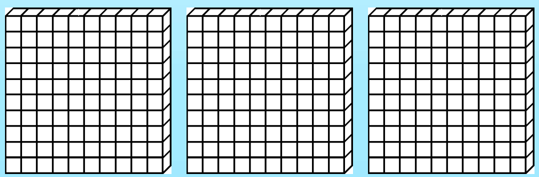
Considérer que dix dizaines sont égales à une centaine. Les dix dizaines comptent seulement pour une centaine : une, deux, trois centaines.

« La collection du jour », variantes

3C 8U 2D Combien de dizaines ?

- Plus de repères visuels donnés par le dessin des unités donc nécessité de raisonner directement sur les écritures en appui sur les relations entre unités :
  - 1 dizaine = 10 unités,
  - 1 centaine = 10 dizaines = 100 unités,
  - etc.
- Passer directement de 3C à 30D

Dix, vingt, trente dizaines



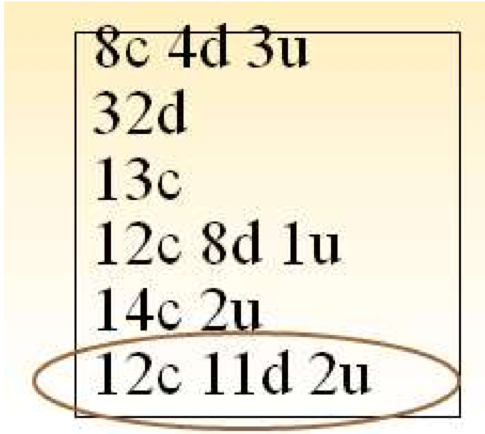
Trois centaines c'est trente dizaines

3C

2. ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE DES NOMBRES INFÉRIEURS À 10 000

Des observations de classes

- **Observation 1 :**
  - Recomposer les nombres :


8c 4d 3u
32d
13c
12c 8d 1u
14c 2u
12c 11d 2u

  - Présence d'étiquettes 1, 10, 100 sur la table des élèves
  - Technique mise en avant par l'enseignant : compter de cent en cent, dix en dix, un en un (comptage en unités simples).

Les relations entre **10d et 1c** et entre **10c et 1m** sont invisibles du fait de l'utilisation du comptage oral.

Des observations de classes

- **Observation 2 :**
  - Décomposer le nombre 2153.
  - Proposition d'un élève : 12 paquets de 100
  - Technique mise en avant par l'enseignant pour vérifier : règle de multiplication par 100 : « les deux zéros qui sont là je les ai remis là » tout en repassant au tableau en rouge au fur et à mesure les zéros ajoutés :
    12 × 100 = 1200.

La relations entre **10c et 1m** est invisible car prise en charge par la règle de multiplication par 100 : écriture de deux zéros à droite du nombre (« règle des zéros »)

Des observations de classes

- **Observation 3 :**
  - Trouver quatre décompositions différentes du nombre 5487 en unités de numération.
  - Une proposition d'élève : 4M 23C 8D 7U
  - Vérification proposée par l'enseignante : avec le tableau de numération.

M	C	D	U
4 2	 3	 8	 7
6	3	8	7

La relations entre **10c et 1m** (ici 20C et 2M) est invisible car prise en charge par la règle d'utilisation du tableau de numération « écrire un chiffre par colonne »

Des observations de classes

- Pas une critique de ce que font ces enseignants mais cela montre :
  - Qu'il est possible d'effectuer et résoudre des tâches de numération sans mobiliser véritablement les unités,
  - Qu'il est possible d'enseigner la numération sans engager les élèves dans un travail sur les unités.
  - Que le travail sur les relations entre unités peut être « contourné » de différentes façons (comptine orale, règle des zéros, règles du tableau de numération, …).

La numération décimale de position à l'école primaire : une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource (Tempier 2013)

- Deux axes de recherche :
  - AXE 1 : de quelle manière est pris en charge le principe décimal de la numération dans les programmes et manuels ainsi que dans les classes ?
  - AXE 2 : étudier des possibilités pour amener les enseignants à mieux prendre en compte le principe décimal dans leur pratique en utilisant une ressource.
- Niveau de classe : CE2. Travail sur les nombres à quatre chiffres (le millier).

Les manuels, les programmes, les projets des enseignants

- Les programmes de 2008 et certains manuels de 2009 ne font pas de l'aspect décimal un enjeu essentiel pour l'enseignement de la numération
- Influence sur le projet des enseignants observés et qui a aussi des influences sur la mise en œuvre de ce projet et même jusqu'à la façon dont les enseignants interprètent les erreurs ou difficultés des élèves …

- Exemple :

Ecris le nombre correspondant aux écritures :

5 000 + 600 + 3 : 5603

(4 x 1 000) + 9 : 4009

9 m 8 d : 9080

12 centaines, 3 milliers : ~~123~~ 4200

(2 x1 000) + (5x 10) : 2050

67c 8d 9u : 6789

6 000 + 80 + 1 : 6081

25 dizaines, 6 centaines, 4 milliers : ~~4625~~ 4850

  - « Ils ne font pas attention, de suite ils écrivent le nombre par rapport à ce qui est écrit dans l'ordre en fait »

Les difficultés des élèves en fin de cycle 2

- Écris en chiffres « deux cent cinq » 93% de réussite (127 é)
- Écris en lettres « 257 » 84 % (127 élèves)
- Comparer 789 et 902 94 % (187 élèves)

- Conversions entre unités :
  - 1 centaine = … dizaines 48% (128 élèves)
  - 60 dizaines = … centaines 31% (128 élèves)
- Traductions EUN en EC (recomposer)
  - 5c + 12d + 3u = … 39 % (127 élèves)
- Nombre de :
  - Dans 764 il y a … dizaines 39% (103 élèves)

Faire évoluer les pratiques

Situation de dénombrement de collections	V1 : Dénombrer une collection « en vrac »	
	V2 : Dénombrer une collection totalement groupée	
	V3 : Dénombrer une réunion de deux collections	1ère collection : 2M 8C 1D 3U 2ème collection : 4C 1M 2U. Nombres paris : 31215, 3215, 3315, 4215
Situation de commande de collections	V1 : Commandes de bûchettes	Il nous faut 2615 bûchettes, mais le marchand n'a plus de bûchettes par millier. Combien faut-il commander de centaines de bûchettes, de dizaines de bûchettes et de bûchettes seules ?
	V2 : Commandes de timbres	Le directeur de l'école de Villebois doit commander 2647 timbres. Combien doit-il commander de plaques de 100 timbres ?

Dispositif expérimental

Expérimentation	Nombre d'ensei-gnants	« Contrat » d'expérimentation pour le suivi de la ressource	Nombre de séances observées	Evaluations des élèves
Pré-expérimentation (version 0)	2	Suivi de la ressource proposée avec adaptations possibles.	La plupart des séances mises en œuvre.	Avant/après
Expérimentation (version 1)	**4 (groupe de travail) / 3 (groupe libre)**	**Suivi des 5 problèmes principaux. Adaptations possibles pour la mise en œuvre. Construction d'une séquence à la charge de l'enseignant.**	**3 séances (GT) / aucune (GL)**	**Avant/après**
Expérimentation 2 (version 2, après-thèse)	**3 (GT) / 3 (GL)**	**Liberté totale dans l'utilisation de la ressource.**	**2 séances (GT) / aucune (GL)**	**Avant/après**

Sur la situation de dénombrement

- Intérêt du jeu sur les deux variables didactiques pour dépasser les erreurs du type 1D 3M 7U 1C = 1371 ou 1M 4D 5U = 145 :
  - Ordre de présentation des unités (1D 3M 7U 1C)
  - Présence/absence d'unités isolées à chaque ordre (1M 4D)
- Mais des résistances à un travail sur les relations entre unités

Evaluation initiale (nombres à trois chiffres, 103 élèves)	Evaluation finale (nombres à quatre chiffres, 96 élèves)
3 dizaines + 6 centaines = … 54%	3 dizaines + 1 millier = … 73%
21 dizaines + 3 centaines = … 21%	12 centaines + 3 milliers = … 47%
60 dizaines = ……… centaines : 34%	40 centaines = ……… milliers : 49%

Résistances à un travail sur les unités

- **Rejet de l'utilisation des unités pour décrire les groupements**

  Mme A (dénombrement d'une réunion de collections, vérification par addition posée : la retenue de 12 centaines ?) :

  Mme A : huit plus quatre qu'est-ce qui se passe ici <u>dans les centaines</u> ?

  Un élève : douze

  Mme A : on retrouve nos <u>douze sachets</u> sauf qu'est-ce qui se passe ?

  Un élève : on met une retenue

  L'enseignante finit d'écrire l'addition posée au tableau :

M	C	D	U
1			
1	7	2	4
+ 1	8	1	0
3	5	3	4

  Mme A : et bien voilà pourquoi on met une retenue parce qu'on va garder que <u>deux sachets</u> <u>pour les centaines</u> et qu'ici avec nos dix ça va nous faire <u>une boite de mille</u> en plus. […] On comprend mieux maintenant la retenue : c'est <u>notre petite boite de mille</u> en plus.

Résistances à un travail sur les unités

- **Référence prégnante au matériel de numération quand les conversions sont en jeu**
  - Classe de Mme E :
    - Joris : en fait comme t'en as douze, ça fait plus de centaines […] Si t'as dix centaines ça revient à quoi ?
    - E : qu'est-ce que tu peux faire ? Si t'as dix pochettes qu'est-ce que tu peux faire ?
    - Marc : ah oui un millier. *L'élève dessine une nouvelle boite au tableau.*
    - E : Les dix tu vas les mettre dans une boite. Alors enlève-les maintenant les dix que tu as mis dans la boite. Barre-les ou efface-les. Ah. […] Quand on a dix sachets on peut les mettre dans une boite. Et là le problème c'est qu'on n'en avait pas dix, on en avait douze. Donc dès que ça dépasse dix on peut les mettre dans une boite de mille.

Résistances à un travail sur les unités

- **Référence prégnante au matériel de numération**

12 sachets	12 centaines
	12 C = 1M 2C
Groupements avec une collection (problématique « pratique »)	Conversions d'unités (problématique mathématique)

Résistances à un travail sur les unités

- Dialectique collections/unités

12 sachets	12 centaines
	**12 C = 1M 2C**
Groupements avec une collection (problématique « pratique »)	Conversions d'unités (problématique mathématique)

Résistances à un travail sur les unités

- **Absence d'utilisation des UN à l'écrit pour faire des conversions**
  - Mme E
    - Un élève : sept centaines et trois centaines ça fait dix
    - Mme E : j'ai transformé mes sacs, je les ai mis dans une boite puisque j'en ai dix
  - NB : une écriture possible au tableau : 7C + 3C = 10C = 1M
  - Quand des conversions sont écrites (situation de commande) : conversions vers unités simples

    32C = 3200 plutôt que 32C = 3M 2C
- **Résistance au changement de contexte**
    - liée à l'absence d'exercices dans d'autres contextes dans la ressource (« J'ai appliqué ce qui était noté et je suivais exactement », Mme F)
    - liée à l'anticipation des difficultés pour les élèves.

La situation de commande

- Difficultés importantes, erreurs prévues pour les commandes avec contraintes
  - Exemple : pour commander 2615 bûchettes sans millier de disponible l'élève écrit 6C 1D 5U (difficulté à prendre en compte les centaines qui sont dans les milliers).
- Pas d'institutionnalisation des conversions en jeu car :
  - des vérifications des réponses des élèves,
  - mais pas de formulation de technique

Evaluation initiale (nombres à trois chiffres, 104 élèves)	Evaluation finale (nombres à quatre chiffres, 96 élèves)
Dans 764 il y a ……… dizaines : 38%	Dans 1052 il y a ……… centaines : 48%
Problème de « nombre de » en contexte : 26 %	Problème de « nombre de » en contexte : 44 %

Résistances à un travail sur les unités

- Constats : exemple de gestion d'une phase collective par une enseignante
  - Commande de 3167 , pas de millier de disponible

    Un élève propose 31 sachets, 6 paquets de dix, 7 bûchettes seules.

    Mme A : « combien de bûchettes dans trente-et-un sachets ? »

    Un élève : « trois-mille-cent. »

    Mme A écrit : « 31 sachets de 100 -> 3100 ».

    Mme A : « combien il y a de sachets dans une boite ? »

    Un élève : « dix sachets ».

    Un autre élève a fait une commande de 12 sachets ...

    Mme A : « combien ça fait de bûchettes ? Combien il y a de sachets dans une boite ? »

    L'élève répond « dix » puis comprend que ça fait mille-deux-cent bûchettes.

Les programmes actuels : de quoi espérer …

Cycle 2

- Différentes manières de désigner les nombres, notamment leurs écritures en chiffres, leurs noms à l'oral, […] les décompositions en unités de numération (unités, dizaines, etc.).
- Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers) et leurs relations (principe décimal de la numération en chiffres).
- Valeur des chiffres en fonction de leur rang dans l'écriture d'un nombre (principe de position).

Cycle 3

- Composer, décomposer les grands nombres entiers, en utilisant des regroupements par milliers.
- Unités de numération (unités simples, dizaines, centaines, milliers, millions, milliards) et leurs relations.

En cycle 3 et après … (Tempier 2016)

Niveau de classe (nombre d'élèves)	CM1 (74)	CM2 (108)
8 dizaines + 2 centaines + 5 unités = ……..	95%	90%
3 dizaines + 6 milliers = ………….	70%	73%
4 centaines + 32 dizaines + 8 unités = ………	54%	56%
267 = … dizaines … unités	73%	80%
1052 = … centaines … unités	59%	67%
5 centaines = ……… unités	73%	84%
3 centaines = ……… dizaines	73%	87%
40 centaines = ……… milliers	42%	65%

Et aussi une étude qualitative à partir d'entretiens avec des élèves de CM1 (Tempier 2016).

Problème de commande

« Pour carreler une pièce, il faut 8564 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 100. Combien de paquets faut-il commander ? »

Parouty (2004) : 10% de réussite en CE2 (environ 150 élèves).

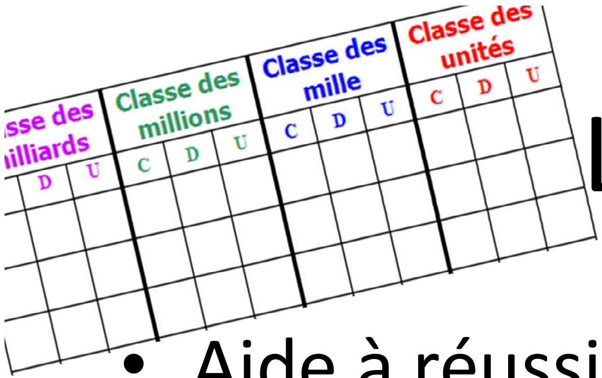
Chambris (2008) : 42 % de réussite en CM2 (250 élèves) en comptant ceux qui répondent soit 85 soit 86.

Nombre de / chiffre de

- Pas la bonne entrée ! Pas dans les programme.
- Tâche formelle, peu de sens, qui ne « vit » que dans la numération
  - Chiffre des centaines de 1234 ? Signe « 2 » (pas nombre)
  - Nombre de centaines dans 1234 ? 12 ? 2 ? 12,34 ?
- Décompositions de nombres : c'est ce qui est utile pour le calcul, les mesures, les décimaux, …

Enjeux de formation

- Prendre conscience de l'insuffisance des connaissances de nombreux élèves à l'entrée en cycle 3 et de l'importance d'un travail spécifique sur les nombres inférieurs à 10 000 en visant une compréhension fine des premières unités jusqu'au millier.
- Outiller les enseignants pour leur permettre de faire des choix dans la préparation et la mise en œuvre en classe (pour aider un élèves, gérer une mise en commun, différencier, institutionnaliser …) :
  - Sur l'usage du matériel de numération : entre contextualisation (pour donner du sens aux unités) et décontextualisation (pour généraliser). Exemple : pour les élèves en difficulté, comment aider sans tout refaire compter ?
  - Sur l'usage des désignations d'un nombre : dire le nom du nombre, l'écrire sans le dire, utiliser une lecture « chiffres à chiffres », le dire en unités, l'écrire en unités (avec abréviations), …
  - Sur l'usage du système d'unités : travailler en unités simples ou en unités (exemple pour 12c : 1200 ou 1m 2c ?)
  - Sur l'usage du tableau de numération : le montrer, le cacher, le laisser à disposition des élèves ? Quelles règles d'usage : possibilité d'écrire des nombres supérieurs à 10 dans une colonne ? Ecriture des 0 dans le tableau ? …



Le tableau de numération

- Aide à réussir mais suffisant pour apprendre ?
  - 4M 23C 8D 7U est-il égal à 5487 ?

M	C	D	U
4			
2	3		
		8	
			7
6	3	8	7

- Les deux situations de référence (dénombrements/commandes) fournissent **des alternatives possibles** aux enseignants
  - Évocation des groupements (voire réalisation)
  - Travail sur unités (conversions, appui sur 10C=1M)
- Alternatives aussi dans l'usage du tableau de numération : écrire un nombre à deux chiffres dans une colonne, ne pas écrire les 0 …

PARTIE 3 : ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE DES GRANDS NOMBRES (SUPÉRIEURS À 10 000)

Connaissances des élèves

- Evaluations nationales

« un quart des élèves (respectivement un tiers) arrivant en sixième hors éducation prioritaire (respectivement en éducation prioritaire) ne savent pas écrire un grand nombre » (Chesné et Fisher 2015)

Dicter :

		Résultats EN 2008	
Case a :	quatre cent soixante-quinze	**475 :**	**93,6%**
Case b :	trois mille trois	**3 003 :**	**95,6%**
Case c :	six cent vingt-sept mille	**627 000 :**	**75,9%**
Case d :	un million six cent mille	**1 600 000 :**	**76,1%**

Connaissances des élèves

- Une évaluation en fin de 6ème (159 élèves, dont 41 en REP)
- Ecrire en chiffres :
  - Six cent vingt-sept mille (627 000) : **87%**
  - Un million six cent mille (1 600 000) : **89%**
  - Trois millions cinquante mille trois cent vingt (3 050 320): **79%**
  - Dix-sept millions deux mille cinquante-huit (17 002 058) : **69%**
  - Cinq cent trois millions trente-sept (503 000 037) : **82%**

(Cf. Chambris, Tempier, Allard, 2017)

Connaissances des élèves

- Calcul mental (écrire le résultat en chiffres) :
  - Soixante mille plus cinquante mille (60 000 + 50 000) : **59%**
  - Huit-cent-mille plus cinq cent mille (800 000 + 500 000) : **41%**
  - Dix *fois* cinquante mille (10 × 50 000) : **73%**
  - Huit cent mille fois dix (800 000 × 10) : **72%**
  - Dix fois un million cinq cent mille (10 × 1 500 000) : **50%**
- Conversions d’unités
  - 4 millions = ……….. centaines de milliers : **48%**
  - 3 millions = ……….. milliers : **50%**

L’enseignement des grands nombres

- Analyse croisée d’une séance sur les grands nombres (dir. Blanchard-Laville, 1997), analyse comparative de séances menées par quatre enseignantes (Ligozat & Leutenegger, 2004)
- Difficultés des élèves et de l’enseignant à articuler le système écrit et le système parlé
  - Tâche : écrire en chiffres « Dix-sept millions deux mille cinquante-huit »
  - Propositions : 17 2000 58 / 17 2 58 / 017 200 058
- Un « manque à savoir institutionnel » (Mercier 1997).
  - Manque de textes de référence
  - Tout se passe comme s’il n’y avait rien à savoir pour écrire un nombre en chiffres.

Deux systèmes de numération

- « Historiquement pour les langues indo-européennes la numération positionnelle chiffrée n’est devenue que tardivement le système écrit utilisé en parallèle du système parlé (Ifrah 1994) » (Mounier 2016).

Numération écrite chiffrée

2 0 3 4

Numération parlée

Deux-mille-trente-quatre

- « Commencée dès la première moitié du 12ème siècle, et achevée vers la fin du 16ème, cette conquête de l’Europe par le chiffres arabes s’est étalée *de notre point de vue de narrateur*, sur cinq siècles. Mais en fait, leur occupation du territoire occidental n’a été que partielle, même après ces cinq siècles » (Schärlig, 2010).

Rappel des principes de la numération écrite

- Système de numération décimal, de position

x10 x10 x10

1 000	100	10	1
Millier	**Centaine**	**Dizaine**	**Unité**

Principes de la numération parlée

- Système de numération parlé : nom des nombres est une addition de multiples de puissances de la base.
- Différents systèmes d'unités imbriqués :
  - Base **dix**, avec de nombreuses irrégularités, notamment pour les nombres inférieurs à cent.
  - Base **mille** (mille, millions, milliards)
  - Base **un million** (millions, billions, trillions, …)
- Des conséquences pour la numération écrite : écriture d'un espace entre les groupes de trois chiffres.

D’autres numérations parlées

- Système de numération chinois

Typical split	Chinese split	Characters	Pinyin
10,000	1,0000	一万	yīwàn
12,000	1,2000	一万二	yīwàn èr
13,200	1,3200	一万三千两百	yīwàn sānqiān liǎngbǎi
56,700	5,6700	五万六千七百	wǔwàn liùqiān qībǎi

1,000	千	qiān
100	百	bǎi
10	十	shí
1	一	yī

https://resources.allsetlearning.com/chinese/grammar/Big_numbers_in_Chinese

D’autres numérations parlées

ORDRE D'UNITÉ	NOM CORRESPONDANT	VALEUR NUMÉRIQUE	PUISSANCE DE DIX
1	*eka	1	1
2	*daśhan	10	10
3	*śhata	100	10^2
4	*sahasra	1 000	10^3
5	*ayuta	10 000	10^4
6	*laksha	100 000	10^5
7	*prayuta	1 000 000	10^6
8	*koti	10 000 000	10^7
9	*vyarbuda	100 000 000	10^8
10	*padma	1 000 000 000	10^9
11	*kharva	10 000 000 000	10^{10}
12	*nikharva	100 000 000 000	10^{11}
13	*mahâpadma	1 000 000 000 000	10^{12}
14	*śhankha	10 000 000 000 000	10^{13}
15	*samudra	100 000 000 000 000	10^{14}
16	*madhya	1 000 000 000 000 000	10^{15}
17	*antya	10 000 000 000 000 000	10^{16}
18	*parârdha	100 000 000 000 000 000	10^{17}

Réf. : Al Bīrūnī [2] ; Woepcke [2], p. 276-282.

Ifrah (1995)

D’autres numérations parlées

- « A partir d’une époque certainement antérieure au milieu du V$^{\text{ème}}$ siècle de notre ère, on en est venu à supprimer, dans le corps des expressions numériques exprimées au moyen des noms de nombre, toute mention des noms indicateurs de la base et de ses diverses puissances ».
- « En disant *un, trois, neuf* pour 931 par exemple, on donne bien une valeur d’unité simple au mot *un*, une valeur de dizaine à *trois* et une valeur de centaine à *neuf*.
  Il s’agit donc d’une véritable numération parlée de base dix fondée sur le principe de position ». (Ifrah 1995)

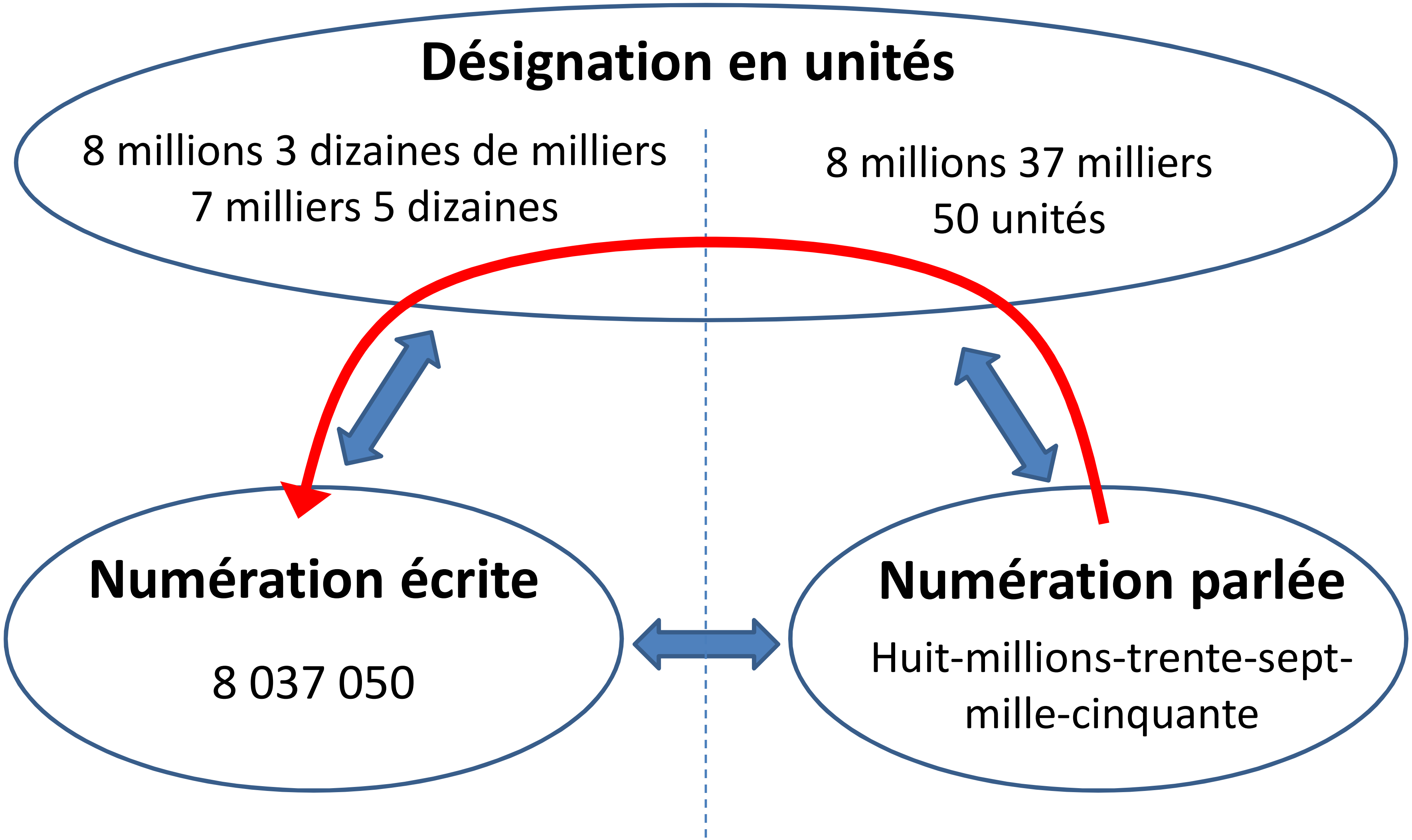
Double système d'unités : base 10 / base 1000 (rang / classes)

x 1000 x 1000

Classe des millions		Classe des milliers			Classe des unités simples		
…	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
	Million	Centaine de milliers	Dizaine de milliers	Millier	Centaine	Dizaine	Unité

x10 x10 x10 x10 x10 x10 x10

Une autre façon de dire et écrire les nombres



Deux décompositions de référence

Selon les unités de base 10

x10 x10 x10 x10 x10 x10 x10

…	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
	Million	Centaine de milliers	Dizaine de milliers	Millier	Centaine	Dizaine	Unité
	8	0	3	7	0	5	2

8 millions | 3 dizaines de milliers | 7 milliers | 5 dizaines | 2 unités

Deux décompositions de référence

Selon les unités de base 1000

Classe des millions		Classe des milliers			Classe des unités simples		
	8	**0**	**3**	**7**	**0**	**5**	**2**

8 millions | 37 milliers | 52 unités

Huit-millions-trente-sept-mille-cinquante-deux

Préparation d'une séance sur les grands nombres (Soline)

- Avant la mise en œuvre (entretien) : les questions que se pose l'enseignante.
  - Quelles tâches ? « Juste lire/écrire, est-ce que ça suffit ? »
  - Quels enjeux ? « Mais est-ce qu'ils ont bien compris que c'était des paquets de mille ? Tu vois. En fait j'ai jamais vraiment creusé cet aspect-là des grands nombres. »
- Choix de préparation de la séance
  - Tâche : écrire en chiffres un nombre dicté
  - Variables : taille des nombres (progressivité : de 4 chiffres à 8 chiffres), présence de 0 à certains rangs ou certaines classes.
  - Savoirs : un million = mille paquets de mille et les classes correspondantes (tableau de numération). Ecriture des nombres par groupements de trois chiffres, écriture d'un point possible pour séparer ces groupements de chiffres.

les millions	**les mille**	**les unités**
__ __ __	__ __ __	__ __ __

Episode 1 : Ecrire « douze-mille-cinq-cent » en chiffres (c'est le 1er nombre supérieur à 9999 qui est proposé)

- Soline : « Anaïs ? Tu vois Frédérick j'ai déjà Anais qui coince, qui sait écrire trois-mille mais qui ne sait pas écrire douze-mille. Est-ce que ça change quelque-chose Anais ? Alors vas-y réfléchis. Douuuuze-mille. Douuuuuze-mille-cinq-cent. Douze mille c'est douze paquets de mille. Qu'est-ce qu'on fait quand on sait que c'est mille ? J'ai pas dit cent j'ai dit cinq-cent ».
- Soline écrit 12.500 au tableau.

Episode 2 : écrire « trente-quatre-mille-vingt » en chiffres. C'est le 9ème nombre proposé mais le premier avec la difficulté du 0 muet.

Axel a écrit : 34.20

- So : trente-quatre-mille. Vingt. Ça te parait pas bizarre ? Après le mot mille y'a toujours combien de chiffres ?
- Axel : trois
- So : et là t'en as que deux. Comment tu pourrais faire pour en avoir trois ? (*au tableau So écrit 34.20 et souligne le 20*).
- Axel : mettre un zéro ?
- So : ou ça ?
- Axel : *inaudible. Soline écrit 34.200 au tableau.*
- So : Regarde Axel. *Soline écrit au tableau : 34.020.*

Episode 3 : introduction du million

– So : Je voudrais aller au-delà de 999 000. Ça fait combien de paquets de mille juste après ? *[…]* On va arriver à mille groupes de mille.

Soline écrit au tableau : 1000 groupes de mille, 1000 fois mille

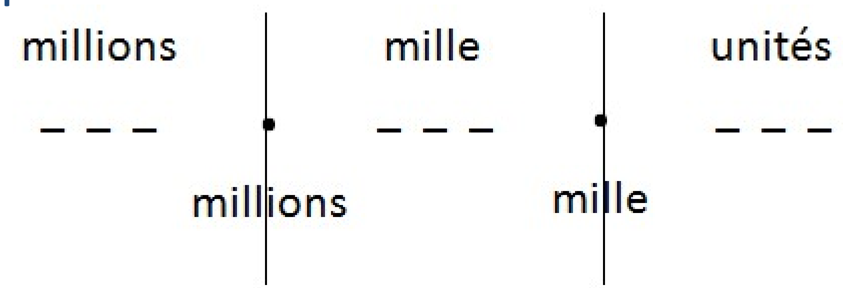
– So : Mille fois mille ça porte un autre nom. Ca s'appelle ?

– Un élève : un million.

– So : Un million, c'est un nouveau mot. Pour l'instant on disait le mot mille, maintenant on dit million.

– Un élève : comment on va l'écrire ?

– So : c'est ce qu'on va essayer de découvrir ensemble. Il faut faire une sorte de petit tableau.



Mise en œuvre d'une séance sur les grands nombres (classe de Soline)

- Le passage aux grands nombres amène Soline à utiliser exclusivement un point de vue « base 1000 » sur l'écriture chiffrée et d'abandonner le point de vue « base 10 » utilisés jusqu'alors pour les nombres jusqu'à 9999.
- Ecriture chiffrée traitée comme un système positionnel à base 1000. Renforcé par l'écriture de points ou d'espaces entre les classes. Cela rend difficile la justification des 0 muets à certains rangs (difficulté des élèves).
- Il ne semble donc pas y avoir d'enjeu de réinvestissement des connaissances des plus petits nombres.

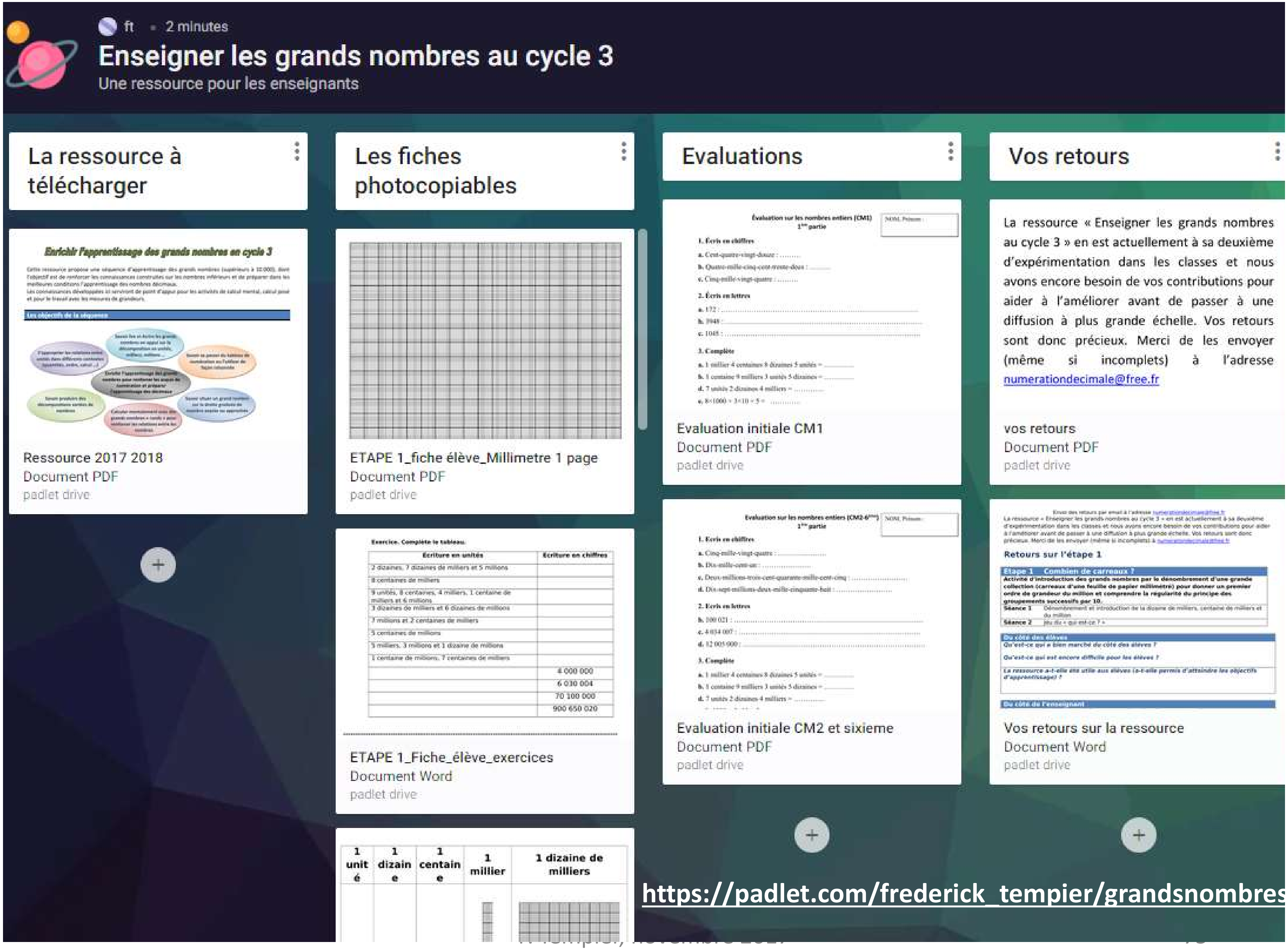
Des propositions pour l'enseignement des grands nombres

- Conception d'une ressource pour enrichir l'enseignement des grands nombres
  - 2015/16 : après l'observation de Soline, mise en place d'une première séquence (prototype) et conception d'un parcours m@gistere.
  - 2016/17 : expérimentation avec P.Masselot dans un petit groupe d'enseignants, PEMF et CPC -> 1ère version
  - Pour 2017/18 : essais de mise en place d'une expérimentation plus importante, auprès de publics variés (T1, REP+, ...)

Les objectifs

Enrichir l'apprentissage des grands nombres pour renforcer les acquis de numération et préparer l'apprentissage des décimaux

- Savoir lire et écrire les grands nombres en appui sur la décomposition en unités, milliers, millions …
- Savoir se passer du tableau de numération ou l'utiliser de façon raisonnée
- Savoir situer un grand nombre sur la droite graduée de manière exacte ou approchée
- Calculer mentalement avec des grands nombres « ronds » pour renforcer les relations entre les nombres
- Savoir produire des décompositions variées de nombres
- S'approprier les relations entre unités dans différents contextes (quantités, ordre, calcul …)



https://padlet.com/frederick_tempier/grandsnombres

Etape 1	Combien de carreaux ?
Activité d'introduction des grands nombres par le dénombrement d'une grande collection (carreaux d'une feuille de papier millimétré) pour donner un premier ordre de grandeur du million et comprendre la régularité du principe des groupements successifs par 10.	
Séance 1	Dénombrement et introduction de la dizaine de milliers, centaine de milliers et du million
Séance 2	Jeu du « qui est-ce ? »
Exercices de manuels	Convertir entre unités Composer un nombre Décomposer un nombre (de manière canonique)
Prolongements possibles	Dénombrement avec des conversions

Etape 2	Les millions. La classe !
Activités de décompositions variées de nombres suivies par la lecture et l'écriture de grands nombres en appui sur la décomposition en unités, milliers, millions, ...	
Séance 1	Décompositions variées
Séance 2	Lire et écrire les grands nombres
Exercices de manuels	Décomposer un nombre Lire et écrire des grands nombres
Prolongements possibles	Lire de très très grands nombres (CM2/6ème)

Etape 3	Pas de graduation ?
Activités de repérage et placement de nombres sur une demi-droite graduée (aspect ordinal du nombre) de manière exacte et approchée.	
Séance 1	Placement exact sur une demi-droite graduée
Séance 2	Placement approché sur une demi-droite graduée
Exercices de manuels	Placer un nombre sur une demi-droite graduée Comparer, ranger, encadrer des nombres
Prolongements possibles	Distances des planètes au soleil dans le système solaire (CM2/6ème) Frise chronologique

Etape 4	Calculateurs prodiges !
Activité de calcul mental qui vise à renforcer les connaissances des relations entre les nombres.	
Séance 1	Multiplications et divisions par 10
Séance 2	Multiplications et divisions par 100 et 1000
Prolongements possibles	Retrouver le calcul : réinvestissement des séances 1 et 2. Ordre de grandeur : retrouver le résultat d'un calcul en utilisant l'ordre de grandeur

Etape 2 (2 séances). Les r

On peut considérer la lecture des grand
nombres (en millions, milliers et unités).
numération parlée ils travailleront donc su
un jeu de commandes. Puis dans la séance
→ oral) et à les écrire en chiffres (écriture
Ces différentes étapes doivent permettre
qui ne s'entendent pas. La classe des mil
sont introduits qu'en fin de séance 4.

Programmes 2016
Utiliser et représenter les grands nombres en
- **Composer, décomposer les grands nomb**
  - **»Unités de numération (unités simple**
- **Comprendre et appliquer les règles de la**

Séance 1 (55 minutes à 1h)

Objectif : Connaître et utiliser les relatio
millions (CM2 : jusqu'aux centaines de mill
Matériel
Affiches des séances précédentes avec le p
Une ardoise pour chaque élève.

Phase 1 : Jeu de commande sans contrain

1.1 Présentation de la situation
Rappeler et montrer aux élèves les différ
feuilles de papier millimétré : unité, dizair
amputée de quelques carrés).
Ecrire au tableau le premier nombre : 1 0 5
Dire aux élèves qu'il va falloir qu'ils com
centaines, ... pour faire le nombre de carr
les abréviations U, D, C, M, DM, CM, M̄, DM̄

Nombres proposés : 1 0 5 0 6 8 0 puis 5 7

1.2 Recherche individuelle
Les élèves écrivent leur commande en unit

NB : cacher le tableau de numération per
mais ne doit pas être systématiquement vi

1.3 Discussion collective.
Recueillir différentes réponses au tableau
Les élèves doivent se mettre d'accord sur
valeur des chiffres dans l'écriture. Le tabl
classes) peut aider.

NB : Quand l'enseignant écrit un nombre
moment les classes ne sont pas matérialis
façon de lire le nombre est l'objet de la par

Phase 2 : Jeu de commande avec contr millions. 20 min

2.1 Présentation du nouveau problème
Dire aux élèves que maintenant pour fair
unités, qui ne sont pas disponibles.
Ecrire le premier nombre au tableau : 2 4
Dire aux élèves qu'ils ne pourront pas uti
qu'ils commandent ce qu'il faut d'unités,
nombre de carrés demandés. Pour cela ils
DM, CM, ...

Nombres proposés :
- 2 4 0 0 6 0 0 puis 7 2 5 0 0 0 0 avec
- 5 6 5 0 0 8, 2 1 0 5 0 8 6 puis 3 5
  millions de disponibles »

Adaptation CM2 : 7 2 5 0 0 0 0 avec la co
contrainte « pas de carrés par milliards »
« seulement des unités, milliers, millions e

NB : cacher le tableau de numération per
mais ne doit pas être systématiquement vi

2.2 Recherche individuelle
Remarque : ici pas de tableau de numérati
Les élèves écrivent leur commande en uni

Exemples de propositions d'élèves pour 5 6
- Correctes : 565M 8U
- Correctes mais non attendues ici : 0MM
5008U ou 565 008U ou 500M 65008U (é
commun qu'il faut utiliser le moins possibl
- Erronées : 5MM 65M 8U,

2.3 Discussion collective.
Recueillir différentes réponses au tableau
Les élèves doivent se mettre d'accord sur
relations entre unités à partir des proposit
Par exemple :
- Pour la commande sans million : 2
  peut être illustré avec les affiches
- Pour la commande avec seulemer
  2MM 1CM 5M 8D 6U, ce qui perm
  sont les relations du type 1CM = 10

Phase 3 : Synthèse sur les décomposition

Faire la synthèse en **demandant aux élèves** comment ils font pour **décomposer un grand nombre en unités, milliers et millions.**
Faire émerger que pour décomposer on découpe l'écriture en chiffres aux rangs des milliers et de millions, comme l'illustre ce tableau :

CM̄	DM̄	M̄	CM	DM	M	C	D	U
4	0	3	0	1	2	0	6	8

403 millions 12 mille 68 unités

CM2 : ajouter les milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.

Phase 4 : Exercices individuels. 15 min.
(Cf. fiche d'exercices)

Complète.
1. Trouve trois décompositions différentes de ce nombre.

3 7 5 0 0 0 0 = ...
3 7 5 0 0 0 0 = ...
3 7 5 0 0 0 0 = ...

2. Décompose ces nombres en millions, milliers et unités.

a. 7 3 0 5 0 1 0 = ...
b. 6 0 3 0 0 8 0 0 = ...
c. 1 4 5 0 0 8 0 0 7 = ...
d. 1 0 0 5 0 0 0 = ...
e. 3 0 5 0 0 0 0 4 1 = ...

3. Conversions entre unités

a. 10 milliers = ... dizaine de milliers
b. 20 dizaines de milliers = ... centaines de milliers
c. 1 centaine de milliers = ... dizaines de milliers
d. 3 centaines de milliers = ... milliers
e. 10 centaines de milliers = ... million
f. 30 centaines de milliers = ... millions
g. 4 millions = ... centaines de milliers
h. 5 dizaines de millions = ... millions
i. 3 centaines de millions = ... dizaines de millions
j. 5 centaines de millions = ... millions
k. 20 millions = ... dizaines de millions

CM2 : ajout de cas avec milliards, dizaines de milliards et centaines de milliards.
l. 10 milliards = ... dizaine de milliards
m. 20 dizaines de milliards = ... centaines de milliards
n. 1 centaine de milliards = ... dizaines de milliards
p. 3 centaines de milliards = ... milliards

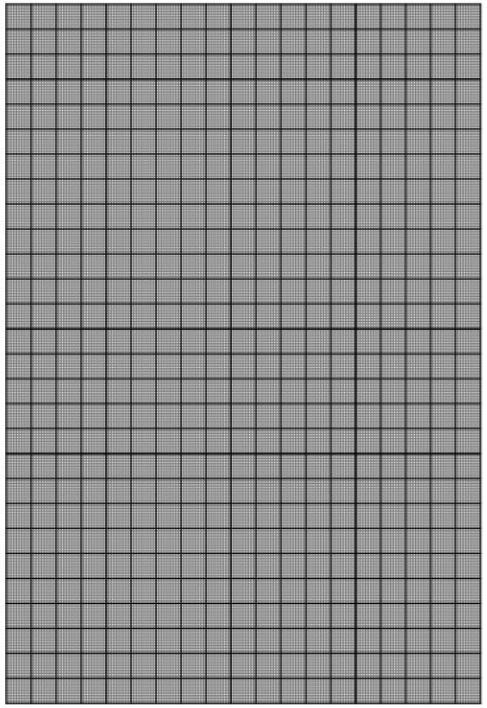
Des hypothèses pour enrichir l'enseignement des grands nombres

- **Réserver des moments spécifiques d'étude la numération écrite pour comprendre la régularité du système de numération écrit (base 10), la position des unités et le rôle du 0.**
- Choix ressource : commencer par travailler cette écriture (sans dire les mots-nombres) en appui sur les unités de numération (oral/écrit)

Exemples issus de la ressource

Etape 1, séance 1

- A partir d'une feuille de papier millimétré
  - Combien de petits carrés en tout ?
  - Combien faudrait-il de feuilles de papier millimétré pour avoir **un million** de petits carrés ?
- Introduction des relations entre les nouvelles unités consécutives et de leur position dans l'écriture en chiffres.



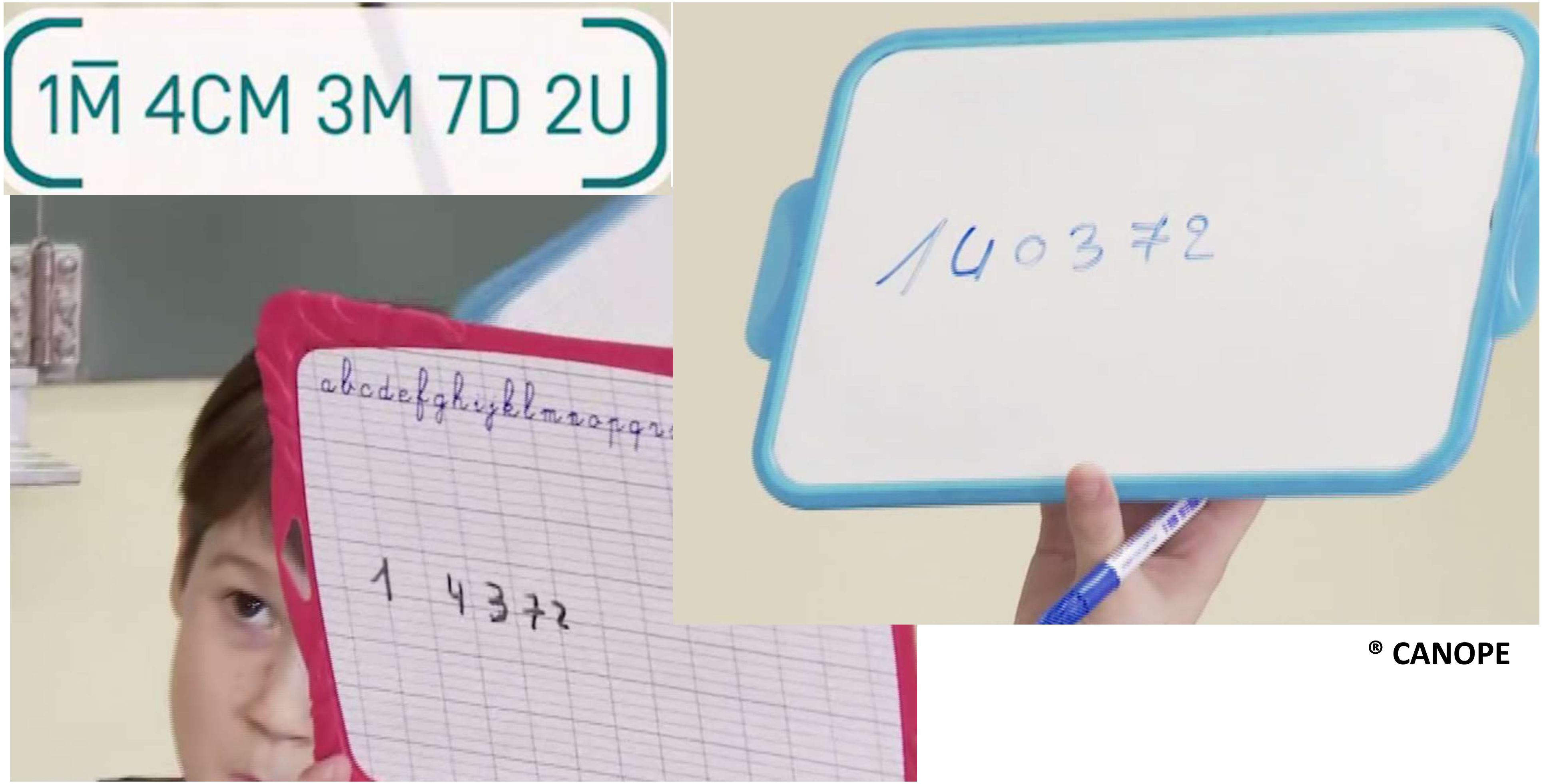
$\overline{M}$	CM	DM	M	C	D	U

Exemples issus de la ressource

Puis dénombrements de collections (carreaux de papier millimétré) sans conversions entre unités (principe de position)

- 8 centaines de milliers
- 4 unités, 2 centaines, 9 milliers, 1 centaine de milliers et 7 millions
- 5 millions et 8 dizaines de milliers
- …

Difficultés de dénombrement



Difficultés de dénombrement

Propositions d'élèves pour 3C 8M 2CM :

– 0 208 300

– 200 830

– 8 200 300

Des hypothèses pour enrichir l'enseignement des grands nombres

- **Travailler les décompositions en unités selon la base 10 et la base 1000, afin de préparer la lecture et l'écriture de grands nombres.**
- Choix ressource : reprise de la situation de commande d'une collection, avec jeu sur le stock du « marchand »

Exemples issus de la ressource

Commandes sans contrainte

Toutes les unités disponibles, comment obtenir le nombre 8 037 052 ?

Commandes avec contraintes

D'abord 2 4 0 0 6 0 0 avec la contrainte « pas de carrés par millions »

-> Réinvestissement des relations entre unités de base 10 (10CM = 1 MM)

Puis 4 0 3 0 1 2 0 6 8 avec la contrainte « seulement des unités, milliers et millions de disponibles »

C$\overline{M}$	D$\overline{M}$	$\overline{M}$	CM	DM	M	C	D	U
4	0	3	0	1	2	0	6	8

403 **millions** 12 **mille** 68 **unités**

Exemples issus de la ressource

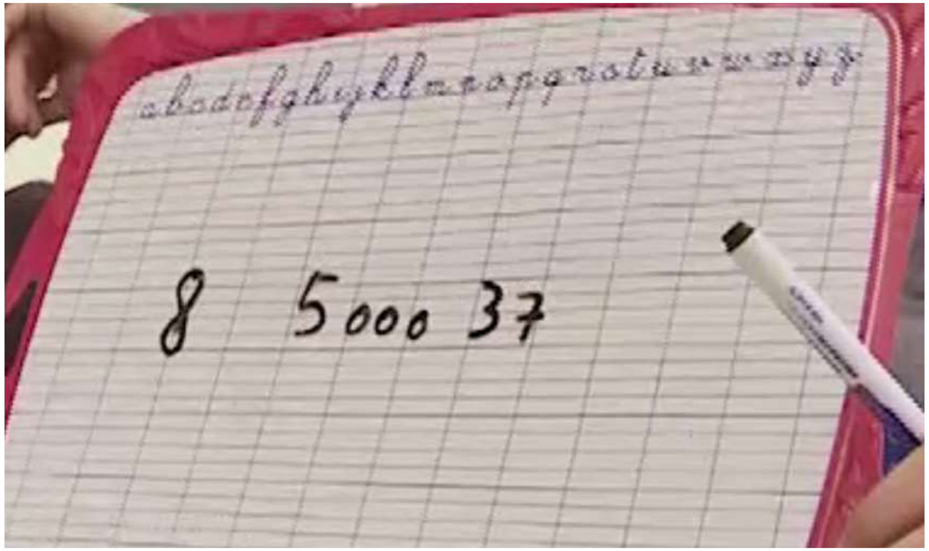
- Ecriture de grands nombres
  - Un nombre écrit en chiffres derrière le tableau
  - Un élève vient le lire à haute voix
  - Les autres l'écrivent en chiffres sur leur ardoise
  - Discussion collective et vérification

Exemples issus de la ressource

Le choix des nombres est important : on privilégie les cas où il y a des zéros qui ne s'entendent pas.

- 1 002 054,
- 47 080 309,
- 651 000 004
- …

Les 0 que l'on n'entend pas



® CANOPE

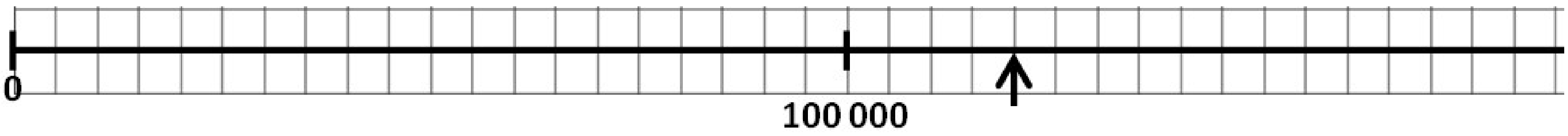
(7 053 000)

Des hypothèses pour enrichir l'enseignement des grands nombres

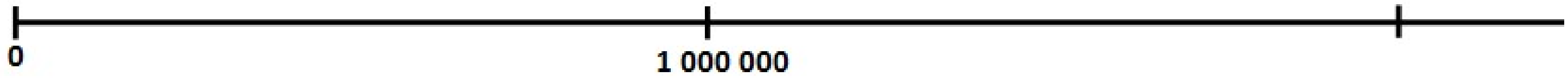
- **Travailler les relations entre les unités dans différents contextes : quantités, mesures de grandeurs continues, droite graduée, calcul.**
- **Maîtriser les relations entre certains nombres afin de développer la connaissance des ordres de grandeur (ex: cent-mille/million, mille/million/milliard …)**
- Choix ressource : réinvestir les relations entre unités dans des situations de placements exacts et approchés sur une demi-droite graduée ainsi que dans des activités de calcul mental.

Exemples issus de la ressource

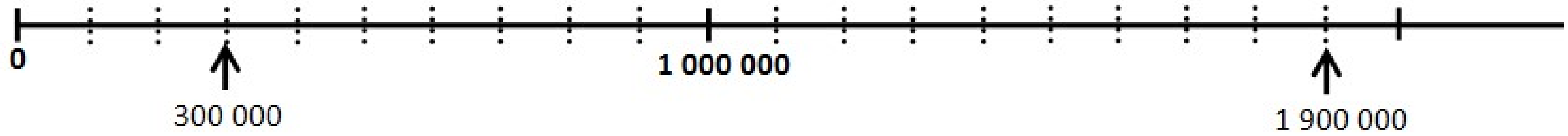
- Placement/repérage exact



- Placement/repérage approché



300 000 ? 1 900 000 ?



Exemples issus de la ressource

- Calcul mental sur les grands nombres « ronds »
  - ✓ Multiplication et divisions par 10, 100 ou 1000 de grands nombres
- Exemples de calculs :
  - Dix fois trois-cent-mille
  - Six-millions divisé par dix
  - Trois-millions-huit-mille fois dix

1ère série

  - Mille fois huit-mille
  - Mille fois soixante-cinq-mille
  - Deux-cent-cinquante-mille fois cent

2ème série

Exemples issus de la ressource

Écrit
10 X 200 000
1 000 x 5 000
Ecrire un 0 à droite, écrire trois 0 à droite

Dimension de rapidité importante.

Exemples issus de la ressource

	Activité d'un élève	Activité du « calculateur »
Calcul annoncé par l'enseignant	Ecoute.	Ecoute.
Recherche	Calcule mentalement. Lève la main quand il a terminé. Ecrit le résultat sur son ardoise.	Effectue le calcul avec la calculatrice. Dit « top » quand il a obtenu le résultat. Ecrit le résultat sur son ardoise.
Présentation des résultats.	Lève son ardoise. Compare aux autres réponses.	
Vérification.		Montre son ardoise
Conclusion.	Explique sa méthode.	

Exemples issus de la ressource

…	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1
	Million	Centaine de milliers	Dizaine de milliers	Millier	Centaine	Dizaine	Unité
		2	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0
				5	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0

x 10

x 1000

CONCLUSION : IMPLICATIONS POUR LA FORMATION

Une hypothèse pour la formation continue en mathématiques

- Faire prendre conscience aux enseignants des connaissances et difficultés de leurs élèves. Les aider à observer et comprendre.
- Proposer des pistes de travail sur la numération, les faire tester (séquences, situations de référence, formulations de savoirs).
- Travailler sur la mise en œuvre (utilisation d'un matériel, utilisation des différentes désignations d'un nombre, du tableau de numération, … pour aider un élèves, gérer une mise en commun, différencier, institutionnaliser …)
- Enclencher ainsi une réflexion plus globale sur l'articulation entre numération des entiers, décimaux, mesures et calculs (utilisation de la numération des entiers dans ces différents domaines).

Quelques références citées

- **Articles**
  - CHAMBRIS C., TEMPIER F., ALLARD C. (2017). Un regard sur les nombres à la transition Ecole-Collège, *Repères-IREM*, 108, 63-91
  - TEMPIER F. (2016). Composer et décomposer : un révélateur de la compréhension de la numération chez les élèves, *Grand N* n°98, IREM de Grenoble, 67-90
  - TEMPIER F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2, *Grand N* n°86, IREM de Grenoble, 59-90.
- **Thèse**
  - TEMPIER F. (2013). La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource (Université Paris Diderot).
- **Parcours M@gistere**
  - Enrichir la connaissance des nombres entiers en fin de cycle 2 et cycle 3 (Parcours CANOPE).
- **Sites web**
  - http://numerationdecimale.free.fr (indisponible pour le moment)
  - https://padlet.com/frederick_tempier/numerationdecimale
  - https://padlet.com/frederick_tempier/grandsnombres